

SEGUNDA PARTE (Aplicación)

En esta segunda parte se hace una exhibición y análisis psicológico, desde la teoría cognoscitiva de Vygotski, de todo el pensamiento matemático de los niños Santiago y Daniela Rojas, en sus once y diez años respectivamente, desarrollado con el método de la zona de desarrollo próximo.

El objetivo básico de esta segunda parte es caracterizar algunos aspectos humanos de la conducta en matemáticas, y hacer una descripción del modo en que dichos rasgos se van formando en el curso de la clase que se realiza con la ayuda del método de la zona de desarrollo próximo y del modo en que se desarrollan a lo largo de la vida de un estudiante.

Esta descripción evolutiva del desarrollo intelectual superior en matemáticas en los pequeños está interesada en tres cuestiones fundamentales:

(1) ¿Cuál es la relación entre los niños y su entorno físico y social [la clase] en el contexto de la zona de desarrollo próximo?

(2) ¿Cuáles son las nuevas formas de actividad responsables del establecimiento de este nuevo método de trabajo como medio fundamental para relacionar a los pequeños con la matemática y cuáles son las consecuencias psicológicas de dichas formas de actividad?

(3) ¿Cuál es la naturaleza de la relación entre el uso de las herramientas [las operaciones aritméticas - símbolos lógicos y signos matemáticos] y el desarrollo del lenguaje en el contexto de estas nuevas formas de actividad?

Es evidente que ninguno de estos interrogantes ha sido tratado, a ningún nivel, ya sea en profundidad o superficialmente, ni siquiera vislumbrado, por los especialistas en educación matemática interesados en hacer accesible a la humanidad este campo del conocimiento tan fundamental para el desarrollo intelectual superior en cualquier área de la ciencia.

LA EXPERIENCIA SOCIAL EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN NIÑOS DE EDAD ESCOLAR, SEGÚN EL MÉTODO DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO.

“ El mayor cambio de la capacidad del niño en el uso del lenguaje como instrumento para resolver problemas tiene lugar cuando el lenguaje socializado (que en un principio se utiliza para dirigirse a un adulto) se interioriza

... existen razones para creer que la actividad voluntaria, más que el intelecto altamente desarrollado, es lo que distingue a los seres humanos de los animales que biológicamente están más próximos a ellos”.

(Vygotski)

En este capítulo trataremos de mostrar desde la experiencia práctica cómo es la experiencia social en la enseñanza de la matemática en niños en edad escolar según el método de la zona de desarrollo próximo; y también, cómo este tipo de experiencia social conlleva a la edificación de un pensamiento científico en los pequeños.

En este trabajo experimental, se destacará especialmente el papel del lenguaje en el desarrollo de los procesos mentales superiores. En concreto, veremos cómo funciona el lenguaje en sus distintos aspectos en el desarrollo intelectual de los pequeños en un área específica del conocimiento: La Matemática. En este campo específico del conocimiento, tendremos la oportunidad de ver en acción las funciones comunicativas y cognoscitivas del lenguaje, la función de guiar del lenguaje, el lenguaje emocional, el lenguaje expresivo, el lenguaje interno, el lenguaje egocéntrico y el lenguaje social, entre otras funciones del lenguaje que operan en el transcurso del desarrollo intelectual de los niños. Asimismo, veremos, también desde el punto de vista de la práctica, que todos estos aspectos del lenguaje al fundirse en sus dos más importantes manifestaciones externas como son el lenguaje egocéntrico y el lenguaje social, convierten a estos en dos instrumentos poderosos que, al ser utilizados conjuntamente en la forma de una unidad dialéctica, desempeñan un papel crucial y definitivo en el proceso de internalización del conocimiento científico en los pequeños, proceso que también será tratado separadamente en forma teórica y experimental. En este respecto,

tendremos la oportunidad de ver experimentalmente cómo un proceso interpersonal queda transformado en otro intrapersonal, cómo toda función aparece primero a nivel social, y más tarde a nivel individual; es decir, primero entre personas (interpsicológica), y después, en el interior del propio niño (intrapsicológica). Para confirmar estas ideas, mostraremos de manera práctica que para el desarrollo de un pensamiento científico específico en los pequeños es necesario que las nociones, operaciones y principios que gobiernan dicho pensamiento sean asimiladas, instaladas y desarrolladas mediante la experiencia social en la zona de desarrollo próximo, la cual ejerce su efecto a través de la imitación y el lenguaje social, efecto que consiste en hacer del alumno una réplica del profesor. Esto es lo central de este capítulo.

Con el desarrollo de este Capítulo nos proponemos :

- ◆ Ver, en la realidad y en la práctica, cómo, a través de la experiencia social en la zona de desarrollo próximo, es posible lograr en los niños, todavía en edad escolar, un pensamiento científico claro, analítico, rigurosamente lógico y, por lo tanto, ordenado y preciso que ellos pueden expresar espontáneamente por medio de un lenguaje fluido y exacto.
- ◆ Ver, en la realidad y en la práctica, cómo es la experiencia social en la enseñanza de la matemática en los niños según el método de la zona de desarrollo próximo.
- ◆ Reconocer las dimensiones del lenguaje social y su papel crucial en su correspondiente experiencia social.
- ◆ Conocer, en la experiencia práctica, el papel crucial de la experiencia social según el método de la zona de desarrollo próximo, en el proceso de internalización del conocimiento científico en los niños y las distintas transformaciones que se dan en este proceso.
- ◆ Ver que el lenguaje en sus varios aspectos, tales como el lenguaje externo o comunicativo, así como los del lenguaje egocéntrico, debe ‘internalizarse’ en el interior de los niños, a fin de que éste se convierta en la base del lenguaje interno, la fuente de la expresión verbal espontánea, fluida y científica de los pequeños.

♦ Ver que el uso del lenguaje social en el estudio de un determinado tema es lo que en últimas produce la internalización del conocimiento científico en el interior del nivel evolutivo de los pequeños.

♦ Ver que cuando falla el lenguaje social en algunos de sus aspectos, como puede ser el lenguaje emocional o comunicativo, la experiencia social pierde efectividad; y por lo tanto, desaparece la zona de desarrollo próximo de dicha experiencia social.

CONVERSATORIOS MATEMÁTICOS

La base de este trabajo experimental está constituida de lo que hemos denominado conversatorios matemáticos, a partir de los cuales se desarrolla todo el contenido del capítulo. La metodología que utilizaremos para el desarrollo de su contenido es muy sencilla: Primero, presentamos los conversatorios realizados por los niños Santiago y Daniela. Segundo, haremos observaciones y análisis psicológicos de la fenomenología implícita en dichos conversatorios; todo lo cual, lo haremos en términos del lenguaje de la teoría del desarrollo de los procesos psicológicos superiores de Vygotski.

CONVERSATORIO D_1

P.: Profesor

D.: Daniela (9 años, cuarto grado de primaria, septiembre de 2003).

EJERCICIO 19, número 9.

En un tranvía de 32 asientos entran x personas y no quedan asientos vacíos. ¿Qué relación puede escribir?

(1) **P.** Hola amor, cómo estás? ¿Qué problema vamos a trabajar? **D.** El número 9 del ejercicio 19. (2) **P.** ¿Lo puedes leer? **D.** Sí. “En un tranvía de 32 asientos entran x personas y no quedan asientos vacíos. ¿Qué relación puede escribir?”

(3) **P.** ¿Puedes decir el enunciado del problema sin leerlo? **D.** Sí. [Sin leerlo ...] En un tranvía de 32 asientos entran x personas ... y quedan asientos ... y no quedan asientos vacíos. (4) **P.** ¿Y no quedan asientos vacíos? **D.** No. ¿Qué relación puedes escribir?

(5) **P.** vuelve a leer el enunciado del problema para ver si lo dijiste bien. **D.** [Lo vuelve a leer ...] (6) **P.** Muy bien, esto quiere decir que lo dijiste bien. Entonces, qué análisis haces? **D.** Hay dos posibilidades. (7) **P.** Ajá ¿Cuál

es la primera posibilidad? **D.** Que queden personas de pie. (8) **P.** Ajá, que queden personas de pie. Y ¿cuál es la otra posibilidad? **D.** Que no queden personas de pie. (9) **P.** Muy bien. ¿Qué pasa en el primer caso, que queden personas de pie? **D.** El conjunto de los asientos coordina con una parte del conjunto de las personas. (9) **P.** muy bien. Entonces en ese caso? **D.** x es mayor que treinta y dos. (10) **P.** mayor? No dice que coordina? **D.** No, coordina con una parte. (11) **P.** Ah, sí. Coordina con una parte. Muy bien Danielita. Entonces ... x ...? **D.** x es mayor que treinta y dos. (12) **P.** Muy bien, excelente. ¿cuál es la otra posibilidad? **D.** La otra posibilidad es que no queden personas de pie. (13) **P.** La otra posibilidad es que no queden personas de pie. Muy bien. Y ¿en ese caso? **D.** El conjunto de asientos coordina con una parte del ...; ve ... no, el conjunto de asientos coordina con el conjunto de las personas. Por lo tanto, x es igual a treinta y dos. (14) **P.** Debieras de volverlo a decir con voz más fuerte ... Si no quedan personas de pie...? Entonces el conjunto ... entonces qué pasa? **D.** Si no quedan personas de pie?. Si no quedan personas de pie, entonces el conjunto de las personas ... ah, es igual al conjunto ... (15) **P.** ¿por qué es igual? **D.** porque coordina con el conjunto x ... el conjunto de los asientos coordina con el conjunto de las personas. (16) **P.** Muy bien. **D.** Entonces treinta y dos es igual a x . (17) **P.** treinta y dos es igual a x ; porque treinta y dos es ... **D.** treinta y dos es el número de los asientos y x es el número de las personas. (18) **P.** y ... x es el número de las personas. Muy bien. Entonces, finalmente, cuál es la relación que debes escribir? **D.** x es mayor que treinta y dos o x es igual a treinta y dos. (19) **P.** Muy bien, Danielita, excelente. (20) **P.** Ahora, tú podrías decirme el enunciado del problema, hacer el análisis y resolverlo sin leerlo? **D.** Si. En un tranvía de 32 asientos entran x personas y no quedan asientos vacíos. ¿Qué relación puedo escribir? (21) **P.** Muy bien. **D.** Análisis: (22) **P.** Muy bien. **D.** Hay dos posibilidades. La primera es que queden personas de pie. El conjunto de los asientos coordina con una parte del conjunto de las personas. Por lo tanto, x es mayor que treinta y dos. (23) **P.** Muy bien Danielita, excelente análisis. **D.** La otra posibilidad es que no queden personas de pie. El conjunto de las personas coordina con el conjunto de los asientos. Por lo tanto, x es igual a treinta y dos. (24) **P.** Excelente. **D.** Y respuesta: x es mayor que treinta y dos o x es igual a treinta y dos. (25) **P.** Muy bien Danielita, Ahora quiero hacerte una pregunta. Cuando no quedan personas de pie, entonces el conjunto de los asientos coordina con el conjunto de las personas, ¿cierto? ¿Por qué?, porque al no quedar personas de pie ... **D.** ... entonces eso significa que están en los asientos ... (26) **P.** todos los asientos están ...? **D.** ocupados. (27) **P.** Entonces el conjunto de los asientos es coordinable con ..? **D.** ... con el conjunto de las personas. (28) **P.** Muy bien Danielita, excelente trabajo. Bueno, si

fuiste capaz de decirlo sin mirar el texto, podrás escribirlo sin mirarlo, ¿no cierto? Si fuiste capaz de decirlo sin ayuda de nada, también podrás escribirlo sin ayuda de nada. **D.** Sí.

EXPOSICIÓN EN EL TABLERO.

En un tranvía de 32 asientos entran x personas y no quedan asientos vacíos. ¿Qué relación puede escribir?

Desarrollo:

Se presentan dos posibilidades:

(1) Que queden personas de pie.

En este caso, el conjunto de los asientos es coordinable con una parte del conjunto de las personas. Entonces el número de las personas es mayor que 32, es decir, $x > 32$.

(2) La otra posibilidad es que no queden personas de pie; en este caso, los asientos están todos ocupados; entonces el conjunto de asientos es coordinable con el conjunto de personas. Por lo tanto, el número de asientos es igual al número de personas; es decir que $x = 32$

*Respuesta: la relación que puedo escribir es $x = 32$ o $x > 32$
Esta es mi demostración.*

¿Qué podemos ver en este conversatorio?

Claridad, manejo y dominio de los conceptos a la hora de aplicarlos, por parte de la pequeña. Podemos ver que la niña se siente segura de lo que dice; no se deja confundir, aunque le hagan preguntas como tratando de contradecir o poner en duda sus afirmaciones, como en el punto (10). También se puede apreciar un discurso fino, un discurrir fluido y dulce. En general, en el conversatorio, podemos apreciar un pensamiento claro, analítico, lógico y, por lo tanto, ordenado y preciso de la niña. El dominio del lenguaje y de las operaciones lógicas contenidas en el desarrollo del problema le permiten a la pequeña responder correctamente y con seguridad las preguntas del profesor, reflejando, con ello, un manejo absoluto de la situación que es lo que finalmente hace que ella pueda realizar la exposición de una manera perfecta.

CONVERSTORIO D_2 **P.:** Profesor**D.:** Daniela (9 años, cuarto grado de primaria, Octubre de 2003).

(1) **P.** ¿Cuál es el siguiente problema que vamos a trabajar? **D.** el problema diez. (2) **P.** ¿Qué dice? **D.** [sin leer ...] Reparto m lápices entre dieciocho alumnos y sobran lápices. ¿Qué relación puedo escribir? (3) **P.** ...Si ...? **D.** Si sobran lápices? Entonces el conjunto de los alumnos coordina con una parte del conjunto de los lápices. Por lo tanto m es mayor que dieciocho. (4) **P.** Muy bien, excelente. (5) **P.** ¿Cuál es el siguiente problema? **D.** el problema once [ayudándose un poco con el texto]... En un ómnibus que tiene 20 asientos entran n personas y no quedan personas de pie. ¿Qué relación puede escribir? Solución. Hay 2 posibilidades: que queden asientos vacíos o que no queden. (6) **P.** Sí. ¿Qué pasa si quedan asientos vacíos? **D.** Si quedan asientos vacíos, el conjunto de las personas coordina con una parte del conjunto de asientos. (7) **P.** Claro. **D.** Por lo tanto, $n < 20$. (8) **P.** Muy bien. **D.** Y la otra es que no queden. (9) **P.** Sí. **D.** Si no quedan asientos vacíos, entonces el conjunto de las personas coordina con el conjunto de los asientos. Por lo tanto, n es igual a veinte. (10) **P.** n es igual a veinte, no?. O sea, si no quedan personas de pie, si no quedan asientos vacíos, todos los asientos están ocupados. Y ¿Cuántos asientos hay? **D.** asientos?, hay veinte. (11) **P.** Hay veinte asientos. Entonces el conjunto de las personas ...? **D.** coordina con el conjunto de los asientos. (12) **P.** Qué letra usas para representar el número de las personas? **D.** n . (13) **P.** Entonces n igual ...? **D.**... a veinte. (14) **P.** Entonces la relación ...? **D.** Entonces, respuesta: n menor que veinte o n igual a veinte. (15) **P.** muy bien Danielita, excelente. Bueno, tú puedes escribir el enunciado del problema, hacer el análisis y la solución sin leer? **D.** Sí. (16) **P.** Bueno, dígallo. **D.** En un ómnibus que tiene 20 asientos entran n personas y no quedan personas de pie. ¿Qué relación puede escribir? Hay 2 posibilidades: que queden asientos vacíos o que no queden. (17) **P.** Sí. ¿Qué pasa si quedan asientos vacíos? **D.** Si quedan asientos vacíos, el conjunto de las personas coordina con una parte del conjunto de asientos. (18) **P.** Claro. **D.** Por lo tanto, $n < 20$. El segundo es que no queden asientos sobrando; es decir, que el conjunto de las personas coordina con el conjunto de los asientos. Es decir, n igual a veinte. Respuesta. La respuesta es que n menor que veinte o n igual a veinte. (19) **P.** Excelente solución del problema. Te felicito; muy bien Danielita. **D.** Gracias. Pausa.

(20) **P.** Seguimos con los problemas? **D.** Sí. (21) **P.** Vamos a aprovechar esta tarde fresca para trabajar el último problema. ¿Qué dice? **D.** El problema cuatro. [Leyendo ...] Mi aula tiene tantos alumnos como años

tengo yo y María tiene tantos primos como alumnos tiene mi aula. ¿Qué carácter aplica para ello? (22) **P.** Muy bien. Entonces. ¿qué objetos vamos a trabajar en este problema? **D.** Los años que tengo yo, los alumnos que tiene mi aula, y los primos que tiene María. (23) **P.** ¿Cómo vas a trabajar este problema?. Primero, ¿qué haces? **D.** Organizo mi tarea. (24) **P.** ¿Qué haces? **D.** x son los años que tengo yo. (25) **P.** Entonces tú haces x igual a los años que tengo yo. **D.** p igual alumnos que tiene mi aula. (26) **P.** p ? **D.** Sí. (27) **P.** o número de primos? **D.** ¿Qué? (28) **P.** ¿ p no es número de primos? **D.** Acá dice que p es los alumnos que tiene mi aula. (29) **P.** Haber, ... [mirando en el cuaderno, efectivamente está como la niña dice] ... Pero no; p es el número de primos que tiene María. Bueno, vamos a repetir; en la organización de la tarea x es ... **D.** x es años que tengo yo; p es número de primos que tiene María; a es alumnos que tiene mi aula. (30) **P.** Luego que haces? **D.** Traduzco las frases. (31) **P.** ¿Cuál es la primera frase que vas a traducir? **D.** Mi aula tiene tantos alumnos como años tengo yo. O sea x igual a a . (32) **P.** Muy bien. **D.** Después dice: María tiene tantos primos como alumnos tiene mi aula; o sea p igual a a . (33) **P.** p igual a a . **D.** En total, mi respuesta es que x es igual a a y a es igual a p , por lo tanto x es igual a p . (34) **P.** Muy bien, excelente; ahí está aplicando el carácter ...? **D.** Transitivo.

EXPOSICIÓN EN EL TABLERO.

PROBLEMA 10. Reparto m lápices entre los 18 alumnos de una clase y sobran lápices. ¿Qué puede escribir?

Solución:

Si sobran lápices quiere decir que el conjunto de los alumnos es coordinable con una parte del conjunto de los lápices. Entonces $m > 18$

PROBLEMA 11. En un ómnibus que tiene 20 asientos entran n personas y no quedan personas de pie. ¿Qué relación puede escribir?

Solución:

Hay 2 posibilidades: Que queden asientos vacíos o que no queden

(1) Si quedan asientos vacíos, el conjunto de personas coordina con una parte del conjunto de asientos. Entonces $n < 20$.

(2) Si no quedan asientos vacíos, el conjunto de asientos coordina con el conjunto de personas. Entonces $20 = n$

Respuesta $n < 20$ o $20 = n$. Esta es mi demostración.

PROBLEMA 4. Mi aula tiene alumnos como años tengo yo y María tiene tantos primos como alumnos tiene mi aula. ¿Qué carácter aplica para ello?

I. ORGANIZO MI TAREA

*Hago $x =$ años que tengo yo
 $p =$ número de primos que tiene María
 $a =$ alumnos que tiene mi aula*

Traduzco las frases

Mi aula tiene tantos alumnos como años tengo yo

$$a = x \quad (1)$$

María tiene tantos primos como alumnos tiene mi aula

$$p = a \quad (2)$$

II. SOLUCIÓN

*Por (1) y (2), tenemos: $a = x$ y $p = a$
 Reordenando estas igualdades, tenemos: $p = a$ y $a = x$
 Por la ley transitiva de la igualdad deducimos: $p = x$ \square*

R. Carácter transitivo. Esta es mi demostración.

OBSERVACIONES:

- Del Problema 10 [(1)-(4)]: Un razonamiento rigurosamente lógico que se refleja en el lenguaje fluido y exacto de la pequeña.
- Del problema 11 [(5)-(19)]: Dominio absoluto del problema, reflejado en su capacidad de análisis y dominio del lenguaje. Visión total de la situación. Su capacidad de análisis y dominio del lenguaje le permiten a la pequeña describir de manera fluida, detallada y exacta en qué consiste el problema y su solución. Es el discurrir espontáneo y fluido de todo un discurso matemático práctico; lo que podríamos llamar matemática viva.
- Del problema 4 [(20)-(34)]: Discernimiento para identificar los objetos del problema que va a trabajar. Claridad respecto de lo que tiene que hacer y cómo hacerlo. También claridad de pensamiento, precisión y lógica en la argumentación.

- El análisis fluido de varios problemas, seguidos unos de otros, muestra su capacidad analítica exhibida en estos conversatorios. Esto indica que la niña no sólo ha asimilado un conocimiento específico, sino que, además, tiene de él un dominio absoluto. Lo que significa que las nociones (operaciones y principios) que gobiernan este pensamiento ‘científico’ no sólo han sido asimiladas, sino también instaladas, activadas y desarrolladas.

Surge entonces la pregunta: ¿cómo lograr este tipo de pensamiento en los niños?, ¿qué procesos causan esta clase de pensamiento? Veamos que estos procesos se llevan a cabo mediante cierta clase de experiencia social.

¿CÓMO ES LA EXPERIENCIA SOCIAL QUE LE PERMITE A LOS NIÑOS ADQUIRIR PENSAMIENTO CIENTÍFICO?:

Veamos cómo el lenguaje social es un instrumento poderoso para el aprendizaje efectivo. Esto se demuestra antes en la práctica que en la teoría. Ilustramos esto reconstruyendo la experiencia social que se tuvo con la pequeña Daniela, mediante la cual la niña aprendió a manejar de manera perfecta la operación RESTA DE DOS DIFERENCIAS INDICADAS: $(a - b) - (c - d) = (a - c) - (b + d)$.

Veamos cómo aprendió la niña esta regla. Aprovechamos esta oportunidad para hacer teoría mientras hacemos la reconstrucción de esta experiencia ...

El OPERAR Y HABLAR deben darse simultáneamente en la actividad práctica de la enseñanza de la matemática. La experiencia social y la teoría van juntas.

El enunciado de la regla está formulado de la siguiente manera: *Para restar dos diferencias indicadas, se suma el minuendo de la primera con el substraendo de la segunda y de esta suma se resta la suma del substraendo de la primera con el minuendo de la segunda.* Matemáticamente: $(a - b) - (c - d) = (a + d) - (c + b)$

Ejemplo: Efectuar $(8-5) - (7-4)$

1) La acción del profesor. Él inicia hablando así: Para restar dos diferencias indicadas [señala las restas indicadas $(8 - 5)$ y $(7 - 4)$], se suma el minuendo de la primera con el substraendo de la segunda [escribe la suma indicada $(8 + 4)$] y de esta suma se resta la suma del substraendo de la

primera con el minuendo de la segunda [escribe la suma indicada $(5 + 7)$ seguida del signo menos]. Al final, debe quedar escrita la igualdad $(8 - 5) - (7 - 4) = (8 + 4) - (7 + 5)$.[]

2) El profesor vuelve a repetir la acción y luego invita a la pequeña a que ella también lo haga juntamente con él. Esta acción conjunta la repiten varias veces. Luego el profesor le pide a la niña que imite ella sola esta acción. Después de que la niña lo ha imitado, se le pide que haga esto mismo varias veces hasta que lo pueda hacer perfectamente por sí sola. En seguida se le pide que practique la regla utilizando otros números. [Cuando la niña practica esto sola, hablando la regla y escribiéndola al mismo tiempo, está utilizando el lenguaje egocéntrico]. Finalmente, una vez instalada de esta manera esta operación en el interior de la pequeña — es decir, cuando la niña lo pudo hacer de modo independiente —, se le puso a resolver un taller, a fin de que estas funciones psicológicas o principios de conducta fuesen activadas y desarrolladas en el interior de su nivel evolutivo.

Un resumen de esta experiencia social caracterizada por el actuar y hablar simultáneo:

- En términos generales, el niño ve cómo el profesor hace la operación, que no sólo escribe, sino que también habla lo que escribe. Imita la acción del profesor, o sea, siempre habla lo que escribe. Todo este proceso va acompañado del lenguaje social. El maestro habla la definición mientras realiza la operación, y hace que el niño haga exactamente lo mismo. El niño lee en voz alta la definición; luego, la repite hablándola exactamente como el profesor lo ha acabado de hacer; es decir, escribe la definición mientras la va hablando. Finalmente, el niño escribe la definición matemáticamente; en este caso escribiría: En general: $(a - b) - (c - d) = (a + d) - (b + c)$; y esto lo hace siempre hablando: Para restar dos diferencias indicadas [señala las restas indicadas $(a - b)$ y $(c - d)$], se suma el minuendo de la primera con el substraendo de la segunda [escribe la suma indicada $(a + d)$] y de esta suma se resta la suma del substraendo de la primera con el minuendo de la segunda [escribe la suma indicada $(b + c)$ seguida del signo menos]; quedando escrita al final la igualdad $(a - b) - (c - d) = (a + d) - (b + c)$.

- Tanto el profesor como el alumno hablan y escriben al mismo tiempo. No ocurre que el profesor dicta y el alumno escribe. Esto sería una repetición mecánica.

De esta manera se estudian todos los conceptos, las nociones y las operaciones de una determinada teoría. □

Una vez la regla ha sido instalada en el interior de los pequeños, ellos no necesitan recibir instrucciones acerca de qué hacer. Después de que el conocimiento externo se ha procesado e instalado en los pequeños mediante la experiencia social, todos los conceptos, nociones y operaciones llegan a ser una ley en ellos que los regula interiormente: un principio que opera de manera automática. Una operación externa que ha pasado por un proceso para instalarse en los pequeños ha llegado a ser una ley subjetiva que opera dentro de ellos cuando su entorno lo requiera. Esto significa que el pequeño ha desarrollado una conducta que es absolutamente científica, muy diferente a la que es generada cuando el pequeño es orientado desde el exterior por medio de la instrucción y la doctrina. [Esto habla directamente de los sistemas funcionales de aprendizaje, de los cuales nos ocuparemos brevemente inmediatamente después de la siguiente sección].

Conviene preguntarnos ahora ¿Qué efecto hace esta clase de experiencia social? Veamos un poco acerca del proceso de instalación o internalización del conocimiento científico en los pequeños mediante esta experiencia social que es gobernada por el lenguaje social.

PROCESO DE INTERNALIZACIÓN

El proceso de internalización consiste en una serie de transformaciones :

- a) Una operación que inicialmente representa una actividad externa se reconstruye y comienza a suceder internamente. Es de especial importancia para el desarrollo de los procesos mentales superiores.
- b) Un proceso interpersonal queda transformado en otro intrapersonal.

En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces. Primero, a nivel social, y más tarde a nivel individual; primero entre personas (interpsicológica), y después, en el interior del propio niño (intrapicológica). Esto puede aplicarse igualmente a la atención voluntaria, la memoria lógica y a la formación de conceptos [estas pueden ser funciones superiores, en mi opinión]. Todas las funciones superiores se originan como relaciones entre seres humanos.[De ahí que la

experiencia social o socialización resulta de vital importancia para llevar a cabo un proceso de internalización].

c) La transformación de un proceso interpersonal en un proceso intrapersonal es el resultado de una prolongada serie de procesos evolutivos. [Al final de un capítulo en el curso de aritmética, por ejemplo mediante las exposiciones en el tablero delante de un adulto, es que empieza a darse en forma definitiva la internalización del conocimiento en el interior de los pequeños].

Internalización del lenguaje en sus varios aspectos:

Los aspectos del lenguaje externo o comunicativo, así como los del lenguaje egocéntrico, se < internalizan > para convertirse en la base del lenguaje interno.

[Conviene que diferenciamos un poco estos dos últimos aspectos del lenguaje. El lenguaje egocéntrico en sus manifestaciones externas difiere esencialmente del lenguaje interno. El lenguaje egocéntrico es cuando el niño habla consigo mismo en voz audible, algo muy diferente de pensar o reflexionar. El lenguaje interno, aquí, corresponde a los razonamientos (mentales) lógicos y matemáticos del niño].

[El pensamiento se concreta o expresa por medio del lenguaje. Cuando se reconstruye la demostración de un teorema, se da la internalización. No solo se está internalizando un concepto, una noción, una verdad, sino también un esquema de trabajo, una estructura intelectual y otras cosas].

Los procesos psicológicos se forman bajo la influencia de la interacción verbal con los adultos, siendo, por consiguiente, 'no naturales'. Por ejemplo, los procesos de la memoria de un niño pequeño no son 'naturales' porque se han modificado debido a la adquisición del lenguaje.

El lenguaje es también un excelente ejemplo del uso de signos que, una vez internalizado, se convierte en una parte importante de los procesos psicológicos superiores; el lenguaje actúa para organizar, unificar e integrar los distintos aspectos de la conducta de los niños, como la percepción, la memoria y la resolución de problemas. Al imitar a sus mayores en actividades culturales aprendidas, los niños crean oportunidades para el desarrollo intelectual. En un principio, sus juegos son una pura repetición y resumen de situaciones reales; sin embargo, a

través de la dinámica de su imaginación y del reconocimiento de las leyes implícitas que gobiernan dichas actividades que los niños reproducen en sus juegos, alcanzan un primer dominio del pensamiento abstracto.

La internalización de las actividades socialmente arraigadas e históricamente desarrolladas es el rasgo distintivo de la psicología humana, la base del salto cualitativo de la psicología animal a la psicología humana. [Es evidente que en la organización de la tarea, la pequeña está dando este salto].

SISTEMAS DE APRENDIZAJE FUNCIONAL

Uno de los puntos críticos de toda teoría del desarrollo es la relación entre las bases biológicas de la conducta y las condiciones sociales a través de las cuales se lleva a cabo la actividad humana. Un concepto clave que Vygotski propuso para representar esta importante interacción es el sistema de aprendizaje funcional.

Un grupo de operaciones, reglas, nociones, principios, conceptos, etc., que han pasado por el proceso de internalización, y que han sido activados y desarrollados en el interior del nivel evolutivo del pequeño, puede constituirse en un sistema de aprendizaje funcional. Estos sistemas funcionales quedan arraigados en las respuestas adaptativas básicas del organismo, tales como los reflejos condicionados e incondicionados.

Estos están caracterizados por una nueva integración y correlación de sus partes. El todo y sus partes se desarrollan paralelamente y a un mismo tiempo. A las primeras estructuras se les denomina elementales; estas son todos psicológicos, condicionados principalmente por condicionantes biológicos. Las estructuras posteriores que emergen en un proceso de desarrollo cultural se las denomina *estructuras superiores*. A diferencia de los procesos directos y reactivos, estas estructuras posteriores se elaboran en base al uso de signos y herramientas; estas nuevas formaciones unen los medios directo e indirecto de adaptación ... En el curso del desarrollo surgen sistemas psicológicos que funden funciones independientes en nuevas combinaciones y conjuntos. Las componentes y relaciones en las que se introducen estas funciones unitarias se forman durante el desarrollo del individuo y dependen de las experiencias sociales del niño. Los sistemas funcionales del adulto, pues, están configurados esencialmente por sus precedentes experiencias como niño.

. . . En esta teoría, quizá la característica fundamental del cambio evolutivo sea el modo en que las funciones elementales y previamente separadas se integran en nuevos sistemas de aprendizaje funcional: “las funciones psicológicas superiores no se superponen a los procesos elementales, sino que representan nuevos sistemas psicológicos”. Tales sistemas son modificables, adaptándose perfectamente a determinadas tareas que el niño debe resolver, así como al estadio de desarrollo del pequeño. Aunque pueda parecer que los niños aprenden de modo puramente externo, es decir, dominando nuevas habilidades, el aprendizaje de cualquier nueva operación es, en realidad, el resultado que se desprende del proceso de desarrollo del pequeño. En la formación de nuevos sistemas de aprendizaje “el entorno efectivo de todo organismo no es simplemente la situación objetiva en la que este se halla inmerso, sino mas bien el producto de una interacción entre sus características orgánicas y aquellas oportunidades que le proporcione su entorno objetivo para poder experimentar”. “El hecho de que en el curso de la historia el hombre haya desarrollado nuevas funciones no significa que cada una de ellas descansa en un nuevo grupo de células nerviosas ni que los nuevos “centros” de las funciones nerviosas superiores sean semejantes a aquellas tan ansiosamente buscadas por los neurólogos durante el último tercio del siglo XIX. El desarrollo de nuevos “órganos funcionales” se realiza a través de la formación de nuevos sistemas funcionales, constituyendo un medio para el desarrollo ilimitado de la actividad cerebral. El córtex cerebral humano, gracias a este principio, se convierte en un órgano de civilización en el que se hallan escondidas posibilidades ilimitadas, y no exige nuevos aparatos morfológicos cada vez que la historia crea la necesidad de una nueva función”.

EN LA EXPERENCIA SOCIAL, EL ACOMPAÑAMIENTO PROPORCIONA ESQUEMAS MOTORES A LOS PEQUEÑOS.

En la experiencia social el acompañamiento es muy importante . El niño, al sentirse acompañado, se motiva y trabaja bien. Los adultos deben acompañar a los pequeños en sus tareas, no sólo para guiarlos y ayudarles a resolver sus inquietudes o preguntas, sino también para que sean felices. El niño es feliz cuando es oído y cuando lo que dice o hace es apreciado. Esto lo anima mucho y es lo que le proporciona esquemas motores. Aunque el pequeño entienda perfectamente lo que tiene que hacer, necesita del acompañamiento del adulto para poder realizar la tarea. Los esquemas motores que le proporciona el acompañamiento hacen que el niño gane mucho en muy poco tiempo. Lo contrario ocurre sin este

acompañamiento, la relación entre las variables se invierte: en mucho tiempo, el pequeño hace muy poco. Sin embargo, no es únicamente para proporcionar al niño esquemas motores que sirve la experiencia social [la que es regida por el método de la zona de desarrollo próximo]. También influye en los cambios que se producen en la estructura interna de las operaciones intelectuales del niño.

EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO PRÁCTICO EN LOS NIÑOS Y EN GENERAL EN EL DESARROLLO HUMANO, LA EXPERIENCIA SOCIAL EJERCE SU EFECTO A TRAVÉS DE LA IMITACIÓN MEDIANTE EL LENGUAJE SOCIAL.

En mis experimentos con los niños, los cambios que se producen en la estructura interna de las operaciones intelectuales del niño es lo que hace que, en la exposición en el tablero, por ejemplo, ellos puedan imitar perfectamente la conducta externa del adulto. En la citada experiencia social, hay un trabajo que es interno y externo al mismo tiempo. Para que el niño pueda imitar al adulto [el trabajo externo], es necesario que él tenga una comprensión y manejo de los conceptos implícitos en los objetos que va a trabajar. En estas condiciones, el trabajo externo [la imitación y el lenguaje social] produce cambios en la estructura interna de las operaciones intelectuales del niño [el trabajo interno]. Con este modus operandi, el profesor, o adulto, fabrica con el niño una réplica de si mismo.

LA EXPOSICIÓN PERFECTA EN EL TABLERO ES PRODUCTO DE UNA EXPERIENCIA SOCIAL EN LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO, Y ES LO QUE PRODUCE EN ULTIMAS EL INTELLECTO CIENTÍFICO EN LOS PEQUEÑOS.

Es la exposición en el tablero lo que produce un intelecto científico específico en los pequeños, debido a que es en estas condiciones que entra en juego todo el organismo del niño: el cerebro, las manos, los ojos, el oído, la voz, la percepción, etc. La exposición frente al tablero y delante de una cámara de video demanda perfección. Esto requiere que el conocimiento que se va a exponer esté previamente internalizado mediante la experiencia social y con la ayuda del profesor, de tal manera que la exposición sea una externalización de un conocimiento internalizado y no una repetición mecánica de un conocimiento externo.

El pequeño puede exponer delante del profesor de manera perfecta debido a que al internalizar el lenguaje mediante la experiencia social, éste funciona luego de una manera muy natural. Pero, ¿Qué significa que la exposición del pequeño es perfecta? Significa que imita de manera exacta al adulto, que ha copiado el mismo estilo, habla exactamente como él y prácticamente se ha convertido en una réplica suya.

FUNCIONES DEL LENGUAJE

El lenguaje guía.

Además de las funciones comunicativas y cognoscitivas del lenguaje, que hemos visto en capítulos anteriores, también tenemos la función de guiar del lenguaje.

CONVERSATORIO S₁

P: Profesor

S.: Santiago; [grado sexto de secundaria, 11 años, 2003]

EJERCICIO #, PROBLEMA #

Juan tiene doble edad que Pedro. La edad de María es la mitad de la de Pedro y la de Rosa la mitad de la de Juan. ¿Quién es mayor, María o Rosa y por cual ley ?

(1) **P.:** Cómo estás? **S.:** Bien.(2) **P.:** ¿Qué problema vamos a trabajar? **S.:** Vamos a trabajar este problema que dice [... mirando el texto una vez y luego sin leer...]: Juan tiene doble edad que Pedro. La edad de María es la mitad de la de Pedro y la de Rosa la mitad de la de Juan. [Volviendo a mirar el texto ...] ¿Quién es mayor, María o Rosa y por cual ley? (3) **P.:** ¿Qué objetos vas a trabajar en este problema? **S.:** ¿Qué objetos? **P.:** Sí. **S.:** Los objetos que voy a trabajar son : la edad de Juan, la edad de Pedro, la edad de María y la edad de Rosa. (4) **P.:** Entonces, ¿cómo vas a trabajar este problema? **S.:** [Sin mirar el enunciado del problema...] Primero organizo mi tarea y hago: j igual a la edad de Juan, p igual la edad de Pedro, m igual a la edad de María y r igual a la edad de Rosa. (5) **P.:** Muy bien Santico. Bueno, eso es lo primero que se hace en la organización de la tarea. Y luego, como segundo, ¿qué haces en la organización de la tarea? **S.:** Traduzco las frases del enunciado del problema.(6) **P.:** ¿Sí?, haber, y ...

¿cuál es la primera frase que traduces? **S.:** Juan tiene doble edad que Pedro.(7) **P.:** Y ¿cómo la simbolizas en el lenguaje matemático? **S.:** J igual 2p. (8) **P.:** ¿Cuál es la siguiente frase? **S.:** La edad de María es la mitad de la de Pedro. (9) **P.:** Y ¿cómo lo simbolizas?, ¿cómo la traduces al lenguaje matemático? **S.:** m igual p dividido dos.(10) **P.:** ¿La tercera frase? **S.:** La edad de Rosa es la mitad de la de Juan. (11) **P.:** ¿Cómo la traduces? **S.:** r igual j dividido dos. (12) **P.:** Muy bien. ¿Qué frase sigue para traducir? **S.:** ¿Quién es mayor, María o Rosa? (13) **P.:** ¿Cómo la traduces? **S.:** La pregunta “Quien es mayor, María o Rosa” es lo mismo que decir: ¿María es mayor que Rosa o Rosa es mayor que María? (14) **P.:** Y ¿Cómo traduce esta pregunta? **S.:** ¿m es mayor que r o r es mayor que m? (15) **P.:** Muy bien, exacto; entonces, organizada la tarea ya podemos resolver el problema ¿no? Utilizando las operaciones de la aritmética, mediante las operaciones algebraicas ¿no es cierto?. Entonces vamos a resolver el problema. Vamos a hacer la exposición en el tablero. ¿estás de acuerdo? **S. Sí.**

EXPOSICIÓN EN EL TABLERO.

Juan tiene doble edad que Pedro. La edad de María es la mitad de la de Pedro y la de Rosa la mitad de la de Juan. ¿Quién es mayor, María o Rosa y por cual ley?

ORGANIZO MI TAREA

- (1) Hago $j = \text{edad de Juan}$
 $p = \text{edad de Pedro}$
 $m = \text{edad de María}$
 $r = \text{edad de Rosa}$

(2) TRADUZCO LAS FRASES

- Juan tiene doble edad que Pedro:
 $j = 2p \quad (1)$
- la edad de María es la mitad de la de Pedro:
 $m = p/2 \quad (2)$
- la de Rosa la mitad de la de Juan:
 $r = j/2 \quad (3)$
- ¿Quién es mayor, María o Rosa ? :
 $\text{¿ } m > r \text{ o } r > m \text{ ?}$

SOLUCION

SOLUCIÓN

Remplazando (1) en (3), obtenemos: $r = 2p/2 = p$

De (2), deducimos: $p > m$ (4)

Como $r = p$, por (4) deducimos: $r > m$.

Respuesta. Rosa es mayor que María

¿Qué observamos en este conversatorio? Lo primero que queremos destacar de este conversatorio es que el lenguaje guía.

• *El lenguaje guía ... [una ventana se abre y una puerta se cierra.]*

Se observa que la organización de la tarea se hace de una manera muy sencilla y es gobernada completamente por la lógica y el lenguaje. En primer lugar, los objetos se simbolizan con la letra inicial, en minúscula, del nombre de la persona a la que hace referencia el objeto a simbolizar. Luego, se traducen las frases del problema, siguiendo el orden en que aparecen en el enunciado. Esto es un procedimiento lógico, de sentido común. El niño no tiene ninguna dificultad en hacerlo; obsérvese que el mismo lenguaje se encarga de guiarlo. En esta actividad no hay ejercicio de memorización mecánica, aunque hay memoria lógica y analítica. Aquí también hay adquisición y dominio de lenguaje. Para que el niño pueda organizar la actividad de esta manera, se requiere que él domine el contenido del problema, es decir, sepa en qué consiste y que, además, pueda expresarlo con exactitud; para ello, se requiere que él se aprenda el enunciado del problema tal como está formulado. Al internalizar el enunciado del problema, el niño adquiere lenguaje; va ganando palabras y expresiones apropiadas para describir con exactitud situaciones de la vida diaria. Al hacer la exposición en el tablero delante del profesor, el lenguaje se intensifica, se amplía y toma la forma de lenguaje social.

• *El lenguaje egocéntrico ...*

Para el éxito de la exposición, el conversatorio, o lenguaje social, le ha ayudado mucho al pequeño. Pero, para este éxito, el niño ha tenido que haberla preparado con anterioridad; él tiene que haberla escrito, iniciando con el enunciado, siguiendo con la organización de la tarea y finalizando con la solución, las veces que sean necesarias hasta poder hacer la exposición con fluidez y sin ninguna ayuda. Al hacer todo esto

individualmente, el niño ha usado el lenguaje egocéntrico. Cuando el niño habla consigo mismo, en voz audible, está utilizando el lenguaje egocéntrico. En matemáticas, todo lo que se habla debe escribirse y todo lo que se escribe debe hablarse. La matemática es un lenguaje no hablado, sino escrito. La manera de ‘hablar’ el lenguaje matemático es escribiéndolo; los objetos de la matemática son abstractos. La única manera en que puedo expresarla, darla a conocer, es escribiéndola, no hablándola solamente.

• *El lenguaje social y su papel crucial en el proceso de internalización del conocimiento.*

Otro aspecto del lenguaje que queremos destacar y que se manifiesta muy intensamente en este conversatorio es el lenguaje social. El lenguaje social en la primera parte de este conversatorio consiste en conversar el enunciado del problema con el profesor. Para ello, lo primero que se requiere es que el pequeño haya entendido el enunciado y lo haya internalizado en su interior. Esto es lo que le ha permitido conversar fluidamente con el profesor desde el inicio del conversatorio.

Según la experiencia, lo que definitivamente internaliza el conocimiento en el interior del niño es la exposición en el tablero delante del profesor. Es el lenguaje socializado lo que en últimas internaliza y activa el conocimiento científico en el interior de los pequeños. Esto es así debido a que en este tipo de socialización todo el organismo del pequeño entra en acción: el cerebro, los ojos, las manos, el oído, la voz, la percepción, etc. En la socialización de la tarea, el niño escribe lo que habla, no lo dice utilizando sus propias palabras sino en el lenguaje propio del asunto que está trabajando; y además, siempre traduciendo al lenguaje matemático., es decir, hablando con claridad, exactitud y sin ningún tipo de ayuda; repitiendo partes de la exposición que no domina y no habla con naturalidad, o que no ha escrito bien, como pueden ser las frases inclinadas hacia arriba o hacia abajo, corrigiendo la ortografía y ganando dominio del tablero. El ejercicio termina cuando el niño es capaz de exponer de manera perfecta el tema. El lenguaje social no es simplemente hablar con otro acerca de un tema, de cualquier manera, sino haciéndolo con propiedad, exactitud y fluidez, con la lógica y en el lenguaje de ese conocimiento, tal como se ve en los conversatorios. Esto es así debido a que cada asunto tiene su propia lógica y su propio lenguaje. Las partes que no habla con naturalidad indican que el niño no ha internalizado completamente ni activado las nociones inherentes a esas partes del tema. Cuando esto ocurre, es la oportunidad para trabajarle esas nociones hasta

que el pequeño pueda manejarlas con propiedad, a fin de que pueda hacer la exposición de una manera perfecta. Todo esto puede parecer muy dispendioso. Sin embargo, como lo veremos más adelante, es cuando se le ha enseñado al niño, utilizando exclusivamente el método de la zona de desarrollo próximo, que él expone con fluidez y sin ninguna dificultad, que puede desenvolverse con naturalidad y con mucha propiedad en la exposición. Con el uso de ZDPs no hay necesidad de previo entrenamiento en la forma de repetir y repetir, que puede ser muy estresante para el niño. La clave para que el estudio de cualquier cosa sea eficaz es utilizar siempre el lenguaje social; es decir, no solamente que el niño estudie solo; siempre debe estar acompañado del adulto por causa de los esquemas motores y también debido al asunto de la imitación. Recordar que un ZDP implica la presencia del adulto junto con la ayuda adecuada que debe ofrecerle al pequeño a fin de que éste lo pueda imitar. Lo que el niño estudia y aprende de esta manera queda internalizado y activado definitivamente en su interior evolutivo. Las exposiciones de la niña así lo comprueban. Las limitaciones del niño en sus exposiciones se deben a que las preparó utilizando únicamente el lenguaje egocéntrico, es decir, de modo independiente. Hay que enseñarle a hablar a los niños los conceptos .

• *El lenguaje comunicativo y el lenguaje emocional.*

En esta sección queremos mostrar la importancia de estos dos aspectos del lenguaje en el desarrollo de los niños. Lo haremos desde la experiencia y por el lado negativo. En este conversatorio el lector va a encontrar un diálogo muy desagradable y complicado para seguir el hilo de la conversación; el objetivo es ilustrar acerca de los efectos negativos que se pueden tener al hacer mal uso de estas funciones del lenguaje en el trabajo con los niños. Haremos unas observaciones rápidas al respecto sin detenernos mucho para no contaminar las emociones con estos hechos desagradables a fin de no afectar los ánimos de lectura . Lo importante es hacer ver cómo las preguntas no adecuadas, incompletas e imprecisas, y las órdenes inapropiadas, expresadas en un tono emocional negativo, confunden al niño, lo indisponen y envenenan para la buena realización de la tarea, lo que al final promueve la infelicidad de los pequeños.

CONVERSATORIO S₂

P: Profesor

S.: Santiago; [grado sexto de secundaria, 11 años, 2003]

PROBLEMA Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? **R. 13 años.**

(1) **P.:** Santi, ¿qué problema vamos a trabajar hoy? **S.:** [Leyendo ...] Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? (2) **P.:** Vamos a estudiar el enunciado de este problema, porque tenemos que aprendérselo bien. Lea la primera frase, Santico. **S.:** Traduzco la primera frase? (3) **P.:** No. Léala, vuelva a leerla. **S.:** Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años ... (4) **P.:** [en lenguaje emocional áspero] bueno, dígalo: más ... **S.:** Más que la cantidad... (5) **P.:** [en lenguaje emocional más áspero] más que ... **S.:** [en tono emocional seco] más que la edad de Elsa. (6) **P.:** Vuelva a decir eso a ver si eres capaz sin leerlo. **S.:** Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. (7) **P.:** Muy bien. O sea que ¿cuántos años tiene Elsa? **S.:** 50. (8) **P.:** ¿María? **S.:** ¿María? 30. (9) **P.:** María ...no. **S.:** Cuando Rosa nació María tenía 30 años. (10) **P.:** Muy bien. ¿Cuál es la pregunta? [en tono más fuerte...] ¿Cuál es la pregunta? **S.:** [en tono seco ...] ¿Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? (11) **P.:** ... muy bien Santico, excelente .. vuelva a hacer la pregunta sin leerla. [en tono fuerte...] ¿cuál es la pregunta? **S.:** ¿la pregunta? (12) **P.:** [en tono emocional feo ...] ¿cuál es la pregunta del problema? **S.:** [en tono emocional agrio y fuerte, a modo de reacción ...] ¿Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? (13) **P.:** muy ...bien ... ¿Qué edad tiene Matilde si nació cuando Rosa tenía 11 años? ¿Puede decirme el enunciado del problema sin leer? **S.:** Sí: Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. (14) **P.:** ¿cuál es la pregunta? **S.:** ¿Qué edad tiene Matilde si nació cuando Rosa tenía 11 años? (15) **P.:** muy bien. Ahora, ¿cuáles son los objetos básicos que vas a trabajar en este problema? **S.:** la edad de Rosa, la edad de María, la edad de Matilde y la edad de Elsa. (16) **P** Pero dígallo más duro, esta moto que pasa no nos deja oír. **S.:** repite ...[El lenguaje emocional agrio, o seco, afecta al niño ...] (17) **P.:** excelente, ¿cómo vas a trabajar este problema? ¿qué vas a hacer? **S.:** Primero, organizo mi tarea, hago a la edad de Rosa, b la edad de María, c la edad de Elsa y d la edad de Matilde. (18) **P.:** [y ...en lenguaje emocional agrio...] ¿luego? ¿qué haces? **S.:** traduzco las frases. (19) **P.:** ¿Cuál es la primera frase que traduces? **S.:** cuando Rosa nació María tenía treinta años. (20) **P.:** [repite con tono emocional feo ...] cuando Rosa nació María tenía treinta años. Eso

quiere decir que Rosa excede a María en cuántos años?... **S.:** [en tono tierno] ¿Rosa excede a María en cuántos años? (21) **P.:** [con lenguaje áspero]. Sí. [con tono fuerte y feo ...] ¿Cuántos años más tiene Rosa que María? **S.:** [con voz tierna] a menos c igual a treinta? (22) **P.:** [con voz más fuerte, un poco gritona y agria] No. Cuántos años más; en cuánto excede? Sí. **S.:** si a menos... (23) **P.:** [con voz más fuerte] a menos qué? [con voz un poco llorosa o temblorosa] ...**S.:** ...menos a ... (24) **P.:** a menos a ? ¿cuánto excede? en cuánto excede quiere decir cuántos años más tiene Rosa que María? Vuelva a decir la frase, ¿cuál es la frase? **S.:** cuando Rosa nació María tenía treinta años. (25) **P.:** Eso ... cuando Rosa nació María tenía treinta años ... entonces cuántos años tiene más Rosa que María? **S.:** cuántos años tiene más Rosa que María? (26) **P.:** Sí; ... [cambiando de tono emocional] Vuelva a leer Santico. Vuelva a decir la primera frase. **S.:** Cuando Rosa nació María tenía treinta años ... (27) **P.:** María ... y yo te pregunté cuántos años tiene más Rosa que María, ¿cierto mono? Estoy haciendo la pregunta al contrario. La pregunta debe ser cuántos años más tiene María que Rosa ¿cierto? Yo estaba confundiéndote, porque te estaba haciendo la pregunta al revés; por eso estabas confundido. Bueno, pues, es importante este conversatorio, porque a veces los niños se confunden debido a que los profesores les hacen preguntas al revés. Muy bien santico. Entonces ¿en cuantos años excede María a Rosa? **S.:** en treinta años? (28) **P.:** [repite ...] en treinta años. Entonces cómo traduces esta frase al lenguaje matemático? **S.:** [Piensa y se le alcanza a escuchar en voz casi imperceptible ...] la edad de María ... (29) **P.:** [Y vuelve el lenguaje emocional feo del profesor] Léa la frase que hay que traducir. **S.:** Cuando Rosa nació María tenía casi treinta años. (30) **P.:** Eso, entonces ... cómo traduces esa frase? [Haciendo una pausa en la grabación y calmando los ánimos, se reanuda el conversatorio...] Esto quiere decir que María excede a Rosa en treinta años. (31) **P.:** Entonces cómo lo traduces al lenguaje matemático? **S.:** b menos a igual a treinta. (32) **P.:** ¿Cuál es la siguiente frase que vas a traducir? **S.:** la siguiente frase es ambas edades suman hoy veintiocho años más que la edad de Elsa. (33) **P.:** Bueno, entonces ¿cómo lo traduces? **S.:** Esto quiere decir que la suma de ambas edades exceden en veintiocho años la edad de Elsa. (34) **P.:** Y ¿cómo se traduce al lenguaje matemático esta frase, Santico? **S.:** b menos c igual a veintiocho. (35) **P.:** Muy bien, mono. ¿cuál es la siguiente frase que vas a traducir? **S.:** que Elsa tiene cincuenta años. (36) **P.:** Y ¿cómo la traduces al lenguaje matemático? **S.:** c igual a cincuenta. (37) **P.:** Bueno, Santico. Y ¿cuál es la frase siguiente para traducir? **S.:** ¿qué edad tiene Matilde si nació cuando Rosa tenía once años? (38) **P.:** ¿Qué quiere decir, Santico, que cuando Matilde nació Rosa tenía once años? **S.:** Que Rosa excede a Matilde en once años. (39) **P.:** Entonces, ¿cómo traduces esta pregunta?, Santico. **S.:** d signo de

interrogación. (40) **P.:** Sí; o sea, a qué es igual d ? **S.:** a signo de interrogación. (41) **P.:** ¿A qué es igual d ? **S.:** a qué es igual d ? (42) **P.:** Si ... **S.:** a la edad de Matilde... (43) **P.:** [...interrumpiendo] Si ... **S.:** Si a menos d es igual a once? (44) **P.:** Sí. Dígalo más duro. **S.:** Si a menos d igual a once. (45) **P.:** muy bien. Bueno, dada la tarea, te queda fácil resolverla, ¿no? Entonces vamos a desarrollarla, Santico. □ ... Sigue la exposición en el tablero ...

EXPOSICIÓN EN EL TABLERO.

Imitando la solución del profesor sin la ayuda del profesor. Ejercicio 60, # 12

Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? R. 13 años.

I ORGANIZO MI TAREA

Hago: $a =$ la edad de Rosa
 $b =$ la edad de María

$c =$ la edad de Elsa
 $d =$ la edad de Matilde

TRADUZCO LAS FRASES

- Cuando nació Rosa, María tenía 30 años; esto quiere decir que María excede a Rosa en 30 años. Entonces

$$b - a = 30 \quad (1)$$

- Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa,

$$b + a = 28 + c \quad (2)$$

- que tiene 50 años:

$$c = 50 \quad (3)$$

- ¿Qué edad tiene Matilde si nació cuando Rosa tenía 11 años?

$$d = ? \quad \text{si } a - d = 11 \quad (4)$$

II SOLUCIÓN

$$\begin{array}{l} \text{De (3) y (2) tenemos} \\ \text{O sea} \end{array} \quad \begin{array}{l} a + b = 28 + 50 = 78 \\ a + b = 78 \end{array} \quad (5)$$

Sabemos que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor, esto es,

$$(b + a) + (b - a) = 2b$$

Luego, por (5) y (1), tenemos:

$$78 + 30 = 2b$$

De donde
$$b = 108 \div 2 = 54$$

Reemplazando este valor en (5), tenemos: $a + 54 = 78$

De donde $a = 78 - 54 = 24$

Reemplazando este valor en (4) tenemos:

$$24 - d = 11$$

Es decir $24 - 11 = d$

O sea $d = 13$

Entonces Matilde tenía 13 años cuando Rosa nació.

¿Qué podemos ver del CONVERSATORIO S₂ ?

En la sección (1)-(31) del conversatorio, podemos ver un manejo no adecuado del lenguaje social por parte del profesor, el cual es causado por deficiencias en sus aspectos comunicativo y emocional. Las fallas en el uso de estas dos funciones del lenguaje, muy corrientes en la enseñanza escolar, afectan profunda y negativamente a los niños y causan que ellos lleguen a aborrecer no sólo al profesor sino también sus materias.

Las deficiencias en el aspecto comunicativo de este conversatorio, o lenguaje social, tienen su origen en la improvisación del profesor al hacer preguntas. Al no formularlas en forma clara y completa, obviamente el niño no las puede contestar correctamente, el profesor se ofusca, se llena de frustración y es así como reacciona de esta manera con el niño. Es con este lenguaje emocional negativo que el profesor trata de orientar al pequeño en la realización de la tarea. Es evidente que la improvisación del profesor, su animalidad al enojarse porque el niño no le responde correctamente sus preguntas incompletas e inadecuadas y hasta absurdas,

afectan la parte emotiva del niño, sus esquemas motores, y, por lo tanto, su desarrollo.

En la organización de la tarea, se aprecian deficiencias en la traducción; o sea, fallas en los aspectos comunicativo y cognoscitivo, especialmente en el desarrollo de la solución del problema. El lector puede observar que el desarrollo matemático de esta solución es complicado, su lenguaje en el aspecto comunicativo tiene defectos, oscurece la relación de consecuencias en la cadena proposicional que conduce a la conclusión o respuesta del problema. Esto, evidentemente, hace que el lenguaje en su aspecto cognoscitivo también sea defectuoso y, por lo tanto, complicado para la realización de la tarea asignada al pequeño. Sin embargo, a pesar de todas estas fallas, el pequeño fue capaz de exponer la tarea con cierta propiedad y sin mayores dificultades, sin desestabilizarse emocionalmente ni perder su claridad de pensamiento, a pesar de que preparó la exposición completamente solo y sin la ayuda del profesor. Esto se debe a dos cosas: por un lado está el fuerte background del pequeño en la materia, y por otro, está la fortaleza de su actividad voluntaria. La combinación de estas dos cosas producen en el pequeño un fundamento muy firme sobre el cual él puede desarrollar su actividad científica sin que esta sea afectada o malograda por las presiones de su entorno. Es conveniente comentar que las dos cosas son necesarias para el desarrollo del pequeño. Sin una voluntad fuerte, el pequeño hubiera podido abandonar la tarea o rebelarse; también hubiera podido argumentar que debido a lo enredado de la tarea le quedaba imposible realizarla. Y esta sí que era una razón muy fuerte, y además lógica, para no hacerla. Sin embargo, el niño no sucumbió ante estas adversidades y fue capaz de realizarla, y yo diría, exitosamente. Todo por satisfacer el deseo del profesor. Esto muestra la gran importancia que tiene la actividad voluntaria o voluntad de saber; como se dice al comienzo del capítulo : “ la actividad voluntaria, más que el intelecto altamente desarrollado, es lo que distingue a los seres humanos de los animales que biológicamente están más próximos a ellos”. La fuerza de voluntad es algo que se desarrolla, que se edifica; el ser humano no nace con ella.

EXPOSICIÓN DE LA NIÑA DANIELA [Septiembre de 2004]

Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿ Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? R. 13 años.

$$\begin{aligned} \text{Por (7), } d &= 24 - 11 \\ \text{Por lo tanto, } d &= 13 \end{aligned}$$

Respuesta: Matilde tenía 13 años cuando Rosa nació.

- *La triple naturaleza de la matemática ...*

En esta exposición podemos apreciar claridad en la comunicación (lenguaje), elegancia en la expresión (arte) y precisión en el conocimiento (ciencia). Es decir que esta exposición expresa con toda nitidez la triple naturaleza de la matemática, que consiste en arte, ciencia y lenguaje.

- *Los fines de este conversatorio:*

La Idea del conversatorio era ilustrar acerca del uso del lenguaje social en la enseñanza de la matemática con los niños.

La primera parte, la sección [(1) - (15)], tenía como fin dominar el contenido del enunciado del problema, importante para la organización de la tarea, la cual tiene como propósito que el niño pueda trabajar cómodamente el problema. La segunda parte, la sección [(17) - (45)], tiene como fin internalizar en el niño la solución del problema para que lo pueda exponer en el tablero delante del profesor con propiedad y de modo independiente.

Como conclusión de este conversatorio, podemos afirmar que cuando falla el lenguaje social, la experiencia social pierde efectividad; y esto es así debido a que el lenguaje social incluye todas las funciones del lenguaje, y éste es la componente esencial de la ayuda que el adulto ofrece al pequeño en la actividad práctica. Esto quiere decir que si falla el lenguaje, no hay zona de desarrollo próximo en ese método de enseñanza.

ALGUNAS CONCLUSIONES

El lenguaje social es un instrumento poderoso en la experiencia social para el aprendizaje efectivo, en cualquier área del conocimiento.

El proceso de instalación o internalización del conocimiento externo en los pequeños se lleva a cabo mediante la experiencia social a través de la imitación y el lenguaje social.

Algo muy interesante e importantísimo es la internalización del lenguaje: el lenguaje es algo que debe internalizarse. El lenguaje, una vez internalizado, se convierte en una parte importante de los procesos psicológicos superiores que, desde el interior de los pequeños, actúa para organizar, unificar e integrar los distintos aspectos de la conducta de los niños.

La experiencia social ejerce su efecto a través de la imitación, proporcionando esquemas motores, y a través del lenguaje social, influyendo en los cambios que se producen en la estructura interna de las operaciones intelectuales del niño.

El lenguaje social, en el estudio de un determinado tema, es lo que en últimas produce la internalización del conocimiento científico en el interior de los pequeños. La exposición perfecta en el tablero, producto de una experiencia social intensa, es lo que produce finalmente el intelecto científico de los pequeños.

No podemos laborar cualquier contenido de enseñanza con los niños [o estudiantes de cualquier edad] de una manera objetiva; es decir, únicamente desde la instrucción o doctrina pedagógica, sin la correspondiente experiencia social. Nosotros mismos debemos primero exhibir ese conocimiento que vamos a impartir a fin de que el niño lo pueda imitar; o sea, primero tener experiencia subjetiva con ese conocimiento [internalizarlo; aun disfrutarlo], antes de poder guiar a otros a que obtengan dicho conocimiento. Esto quiere decir que si un maestro no exhibe el conocimiento que va a impartir, está por fuera de la zona de desarrollo próximo. Aun más, el maestro puede tener dominio del conocimiento que va a enseñar pero si carece de la ayuda que hace que el niño lo pueda imitar, este maestro también estará por fuera de la zona de desarrollo próximo. Enseñar algo desde la doctrina pedagógica solamente, es una enseñanza hueca, que no presta ningún servicio a la formación de los niños.

La experiencia social, como método de enseñanza, pierde efectividad cuando el lenguaje social falla en alguno de sus aspectos, como puede ser en la función comunicativa o emocional del lenguaje.

Con el método de la experiencia social podemos ver en las exposiciones matemáticas de los niños arte, ciencia y lenguaje.

Nuestro método [la experiencia social como método de enseñanza] podría denominarse experimental-evolutivo, en el sentido de que crea o provoca artificialmente un proceso de desarrollo psicológico. Sirviéndose de este método, uno puede provocar un determinado desarrollo, bajo condiciones de laboratorio. Y esto es exactamente lo que ha ocurrido con todo el pensamiento matemático desarrollado en los niños Santiago y Daniela, que se exhibe en todo este libro.