EL NIÑO NO PUEDE RESOLVER PROBLEMAS QUE ESTÁN FUERA DEL ALCANCE DE SU ESTRUCTURA INTELECTUAL

“ *Al igual que un molde da forma a una sustancia, las palabras pueden transformar una actividad en una estructura ...*

... Nuestro análisis (sobre la relación entre aprendizaje y desarrollo) altera la tradicional opinión de que, en el momento en que el niño asimila el significado de una palabra, o domina una operación como puede ser la suma o el lenguaje escrito, sus procesos evolutivos se han realizado por completo. De hecho tan sólo han comenzado”.

Vygotski

Que los pequeños no puedan resolver problemas que estén fuera del alcance de su estructura intelectual parece muy entendible, al menos en la teoría. Sin embargo, desde el punto de vista de la práctica, es muy común encontrar en la escuela a los profesores llenando a los pequeños de tareas que están fuera del alcance de su estructura intelectual. Los profesores hacen esto porque creen que con algunos ejemplos ilustrativos sobre los conceptos que están enseñando es suficiente para que los alumnos puedan resolver todo tipo de problemas sobre ese tema. Los profesores también creen que es suficiente con que los niños entiendan lo que ellos están explicando para que puedan hacer las tareas que les asignan; incluso pretenden que con eso mismo los niños también pueden llevar a cabo investigaciones.

Para saber cómo están organizadas las cosas tenemos que experimentarlas. No podemos conocer su estructura a priori, el esquema psicológico no es antes que cualquier experiencia.

Nos ayudará mucho a entender esta problemática el considerar los siguientes tres hechos de la teoría del desarrollo de los procesos psicológicos superiores : (1) el esquema psicológico inherente no existe antes que cualquier experiencia; (2) el lenguaje, una vez internalizado, se convierte en una parte importante de los procesos psicológicos superiores, el cual actúa para organizar, unificar e integrar los distintos aspectos de la conducta de los niños; y (3), la estructura intelectual es un asunto que depende enteramente del lenguaje.

Con el estudio de estos aspectos nos proponemos:

♦ Conocer en concreto los diferentes tipos de acciones cognitivas que se realizan en la organización de una tarea en matemáticas cuando ésta se realiza con la ayuda del lenguaje y en el terreno de la zona de desarrollo próximo.

♦ Ver, de manera práctica, que el lenguaje, mediante la organización de la tarea, cumple un papel crucial en la creación y uso de aquellos estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas de la conducta que el pequeño despliega en la solución de un problema.

♦ Mostrar que el desarrollo intelectual superior en matemáticas se da cuando el lenguaje y la parte operativa, dos líneas de desarrollo completamente independientes en la enseñanza de las matemáticas, se integran.

♦ Conocer, directamente de la realidad, casos concretos de funciones psicológicas [elementales y superiores] que generan las acciones cognitivas que el pequeño realiza en la actividad práctica matemática que es gobernada por el lenguaje.

♦ Reconocer, en la práctica, el importante papel que cumple la organización de la tarea en la construcción de las funciones psicológicas superiores, que configuran la conducta que el pequeño exhibe en la solución de un problema.

♦ Ver la importancia práctica que tiene la adquisición del lenguaje en la solución de problemas, teniendo en cuenta que lo que puede hacer más complicado su solución no es un asunto de matemática, sino de lenguaje.

♦ Reconocer, en la práctica, el importante papel que la aritmética cumple como lenguaje en la construcción de estímulos artificiales, para la fácil y efectiva solución de problemas.

En este capítulo desarrollaremos fundamentalmente, y de manera teórico-práctica, seis puntos. El primer punto trata de la importancia del lenguaje en la organización de la actividad práctica en la resolución de problemas. En este punto se da una definición descriptiva de lo que es el lenguaje, a fin de que el lector pueda entender todo lo que se predica de él en este capítulo. El segundo punto trata de la organización de la tarea y su relación con las funciones psicológicas superiores. En este segmento se hace una clasificación de las acciones cognitivas que se realizan, en general, en la organización de una tarea. Aquí tendremos la oportunidad de conocer en concreto tanto las funciones psicológicas elementales como las funciones psicológicas superiores y además, verlas en interacción con miras a la solución de un problema. Veremos que estas últimas funciones no son naturales, es decir, no están en la mente del pequeño, sino que son construcciones que se realizan en la organización de la tarea, y que tienen como fin que la solución del problema se lleve a cabo mediante pasos elementales. Sobre este particular, también tendremos la oportunidad de conocer, de una manera práctica, el papel fundamental que el lenguaje desempeña en la construcción de estas funciones. En concreto, veremos que la matemática, como lenguaje, es una herramienta muy útil en la construcción de estímulos artificiales para la resolución de problemas de manera fácil y efectiva. En el tercer punto, mostraremos lo crucial de la adquisición del lenguaje, y de su uso, para la resolución de problemas en la zona de desarrollo próximo. Sobre este respecto, veremos de manera práctica que sin el lenguaje, por ejemplo el utilizado para la descripción y manejo del problema, le resultará al pequeño imposible resolverlo, e incluso tratar de imitar su solución. En el cuarto punto, un asunto nuevo y muy revelador en cuanto a la resolución de problemas de matemáticas, es que la complejidad de un problema puede ser más un asunto de lenguaje que de matemática. Como quinto punto tenemos el pensamiento teórico [lenguaje formal], como una superfunción que acelera los procesos de pensamiento superior y ocasiona la solución inmediata de los problemas. El último punto fundamental, crucial para la comprensión de nuestra tesis que planteamos en este capítulo, es que el esquema psicológico inherente no existe antes que cualquier experiencia. Sobre esto veremos, experimentalmente, que una vez internalizada la estructura del problema en el interior de los niños, ellos pueden hacer, de modo independiente, todos los problemas de ese tipo que se le planteen.

La metodología que utilizaremos para el desarrollo de los puntos anteriores consiste en presentar algunos problemas trabajados por los pequeños, y luego hacerle unos análisis a su actividad práctica.

Los siguientes son una serie de problemas que los niños pudieron resolver de modo independiente luego de conocer su estructura, de familiarizarse con ella e internalizarla con la ayuda del profesor.

PROBLEMA 1

El mayor de dos números es 8632 y la diferencia entre ambos es 4264. Hallar el menor.

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago a = el número mayor*
   b = el número menor

2. *Traduzco las frases :*

- *El mayor de dos números es 8632*

  a = 8632 (1)

- *la diferencia entre ambos es 4264*

  a – b = 4264 (2)

- *Hallar el número menor*

  b = ?

II. SOLUCIÓN

De (2), b = a – 4264
Por (1), b = 8632 – 4264
Por lo tanto, b = 4368

Respuesta: El menor es 4368.

Importancia del lenguaje en la organización de la actividad práctica para la solución de problemas en la zona de desarrollo próximo.

Toda la actividad práctica implicada en la solución de este problema descansa sobre la definición de la operación elemental de diferencia o resta. Esta operación determina la estructura del problema, la cual se hace explícita mediante la organización de la tarea. Aquí podemos ver el importante papel que cumple el lenguaje en la organización de la actividad práctica. El lenguaje del que aquí estamos hablando en general incluye : vocabulario del lenguaje corriente, representación simbólica de los objetos que se trabajan, nociones, conceptos, operaciones, definiciones y consecuencias de estas definiciones. Todo esto constituye el background que debe tener el niño en su interior para poder resolver el problema.

Acciones cognitivas que se realizan en la organización de la tarea.

Hay dos clases de acciones cognitivas que se dan en la organización de esta tarea: la primera clase de estas acciones consiste en simbolizar los términos 'número mayor' y 'número menor', y la segunda clase consiste en traducir al lenguaje matemático las frases que componen el enunciado del problema. Las funciones psicológicas que realizan las primeras acciones son elementales, puesto que están directa y totalmente determinadas por los estímulos del entorno. El entorno está constituido por las frases que componen el enunciado del problema. Resulta algo muy natural para el estudiante de este nivel evolutivo efectuar esta simbolización. Al ver los términos 'número mayor' y 'menor', inmediatamente efectúa la simbolización aun sin pensar en nada más. Escoge las letras a y b porque estas son las que se usan en la definición de diferencia o resta, teniendo en cuenta que la letra a indica el minuendo o número mayor y la letra b el substraendo o número menor. Pero el estudiante efectúa esta operación de manera automática debido a que esta actividad de simbolización ya ha sido instalada y activada en su cerebro.

La actividad de traducir las frases requiere de funciones psicológicas superiores. Hay que recordar que el rasgo principal de estas funciones es la estimulación autogenerada, es decir, la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas de la conducta. Consideremos, por ejemplo, la primera frase. Si previamente no hubiésemos representado por a el término 'número mayor', no hubiéramos podido efectuar su traducción (1); para traducirla, fue necesario primero recurrir al artificio de la simbolización. Esta representación simbólica constituye la creación de un estímulo artificial. Una vez hecho este artificio, lo usamos para hacer la traducción de la frase. Observemos que con este artificio la traducción también se efectúa de una manera inmediata. Veamos ahora lo que ocurre en la mente del niño al traducir la frase : la diferencia entre ambos es 4264. Al ver la frase 'la diferencia', inmediatamente viene a su mente la igualdad $a - b = d$ [d es la diferencia, o sea 4264]. El juntar esta ecuación con lo simbolizado previamente, produce, de manera inmediata, la traducción de esta segunda frase [$a - b = 4264$]. En la última frase, no se requiere de estímulos artificiales para su traducción, pues se realiza de una manera directa e inmediata.

¿Qué papel cumple la organización de la tarea?

Para contestar esta pregunta, necesitamos ver primero lo que se da en la solución del problema. Observemos que la solución del problema se da en dos pasos muy elementales. En la organización de la tarea, se ve la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas de la conducta desplegada por el pequeño en la solución. Al ver, en la organización de la tarea, la igualdad indicada por (2), inmediatamente deducimos la igualdad $b = a - 4264$. Conociendo, por (1), que $a = 8632$, escribimos de inmediato la igualdad $b = 8632 - 4264$, es decir, $b = 4368$. Estas son acciones inmediatas. La razón de esta inmediatez es que la definición de resta $a - b = d$ tiene como una de sus consecuencias inmediatas la igualdad $b = a - d$. Esta consecuencia se enuncia diciendo que el substraendo es igual al minuendo menos la diferencia. De esta manera, vemos que lo que facilita que estas acciones se realicen, de forma inmediata, es la organización de la tarea. Por lo tanto, el propósito de la organización de la tarea es la construcción de las funciones psicológicas superiores que llevan a cabo la solución del problema de manera inmediata. Así pues la organización de la tarea es la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas de la conducta, que el niño despliega en la solución del problema.

PROBLEMA 2
La diferencia de dos números es 14 y el mayor excede a la diferencia en 20. Hallar el número mayor.

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a = *el número mayor*
   b = *el número menor*

2. *Traduzco las frases :*

- *la diferencia de dos números es 14*

$$a - b = 14 \qquad (1)$$

- *el mayor excede a la diferencia en 20*

  $a - 14 = 20 \qquad (2)$

- *Hallar el número mayor*

  $a = ?$

II. SOLUCIÓN

De (2), $a = 20 + 14 = 34$

Respuesta. El número mayor es 34

Lo crucial de la adquisición del lenguaje y su uso en la resolución de problemas con este método; tan importante como el dominio mismo de las operaciones aritméticas inherentes al problema.

Este problema tiene exactamente la misma estructura que el anterior; la diferencia está en que sube un poco el nivel de dificultad debido a que incluye una noción más, a saber, la noción que tiene que ver con el exceso de un número sobre otro. Esto nos hace ver que la solución de este problema requiere de mayor dominio de lenguaje. Por ejemplo, sin el dominio de esta noción hubiera sido imposible la traducción en (2). Sin embargo, es interesante observar que aunque este problema es de un nivel de dificultad mayor que el anterior, su solución resultó mucho más fácil: consistió en un solo paso. Su procedimiento: al ver (2), inmediatamente el pequeño escribe $a = 20 + 14 = 34$. Aquí podemos ver la importancia de la adquisición del lenguaje. Por un lado, el problema es más difícil debido a que tiene más cantidad de lenguaje; pero, por otro, es el uso del lenguaje lo que precisamente hace más fácil su solución.

PROBLEMA 3

El menor de dos números es 24 y el doble del exceso del mayor sobre el menor es 66. Hallar el mayor.

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a = *el número mayor*
   b = *el número menor*

2. *Traduzco las frases :*

- *El menor de dos números es 24*

  $b = 24$

- *el exceso del mayor sobre el menor*

  $a - 24$

- *el doble del exceso del mayor sobre el menor es 66*

  $2(a - 24) = 66$ *ó* $a - 24 = 66/2$

  Es decir, $a - 24 = 33$ *(1)*

II. SOLUCIÓN

De (1), $a = 33 + 24 = 57$

Respuesta. El número mayor es 57

La complejidad de un problema puede ser más un asunto de lenguaje que de matemática.

La misma estructura de los anteriores problemas, pero debido a que tiene una noción más con respecto al inmediatamente anterior, la del doble de un número, noción que implica a su vez la operación de división y su relación con la multiplicación, su solución se hace un poquito más compleja. Estos elementos adicionales de lenguaje es lo que hace que su solución tenga un nivel mayor de dificultad que la de todos los problemas anteriores. Pero observemos que lo que la hace más complicado el trabajo no es una cuestión de matemática, sino un asunto de lenguaje. Esto hace que la traducción de las frases sea más elaborada. Así, por ejemplo, para traducir la tercera frase se requirió de la traducción de la segunda frase. La traducción de esta última constituye el estímulo artificial que conlleva a la traducción inmediata de la tercera igualdad en $a - 24 = 33$, *indicada por (1),* de la cual, una vez obtenida, se deduce de manera inmediata que $a = 57$. En esta solución, la organización de la tarea es más elaborada que la del anterior problema, debido a que hay más cantidad de lenguaje implicado en el enunciado del problema; lo que nos permite ver que la complejidad de un problema puede ser más un asunto de lenguaje que de matemática; de ahí, pues, la gran la importancia práctica que tiene la adquisición del lenguaje para la solución de problemas.

PROBLEMA 4
Si Luis Tuviera 8 años menos tendría 50 años, y si Antonio tuviera 9 años más tendría 44 años. ¿ Cuánto más joven es Antonio que Luis?.

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a *= los años de Luis*
   b *= los años de Antonio*

2. *Traduzco las frases :*

- *Si Luis Tuviera 8 años menos tendría 50 años*

  $a - 8 = 50 \qquad (1)$

- *Si Antonio tuviera 9 años más tendría 44 años*

  $b + 9 = 44 \qquad (2)$

- *¿Cuánto más joven es Antonio que Luis?*
  ó ¿En cuántos años excede Luis a Antonio?
  $a - b = ?$

II. SOLUCIÓN

De (1), $a = 50 + 8 = 58$
Por (2), $b = 44 - 9 = 35$
Por lo tanto, $a - b = 58 - 35 = 23$

Respuesta: 23 años es más joven Antonio que Luis

La matemática, como lenguaje, una herramienta muy útil en la construcción de estímulos artificiales para la fácil y efectiva solución de problemas.

La estructura de este problema es un poco más amplia que la de los anteriores; esto es así debido a que ésta está determinada por una combinación de las operaciones suma y resta. Aquí tenemos un ejemplo de matemática como lenguaje. En este problema también tenemos elaboración de estímulos artificiales. Observemos que no se puede traducir directamente al lenguaje matemático la frase: ¿Cuánto más joven es Antonio que Luis? ; para lo cual, fue necesario, primero, reformularla en una pregunta equivalente que se pudiera traducir directamente. La solución también es elemental. Una vez más, podemos ver la gran importancia que tiene el dominio del lenguaje en la construcción de las funciones psicológicas superiores.

PROBLEMA 5
La suma de dos números es 124 y su diferencia 22. Hallar los números.

I. ORGANIZO MI TARA

1. *Hago* a *= el número mayor*
   b *= el número menor*

2. *Traduzco la frases:*

- *La suma de dos números es 124*

$$a + b = 124 \qquad (1)$$

- *su diferencia es 22*

$$a - b = 22 \qquad (2)$$

- *Hallar los números*

$$a = ?, \quad b = ?$$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es el duplo del mayor; luego, sumando (1) y (2), tenemos:

$$124 + 22 = 2a,$$
O sea $146 = 2a;$
de donde $146 \div 2 = a$
Es decir $a = 73 \qquad (3)$

De (1), b = 124 – a.
Por (3), b = 124 – 73 = 51.

Respuesta: El mayor es 73 y el menor es 51

El pensamiento teórico [lenguaje formal] como una superfunción que acelera los procesos de pensamiento superior y ocasiona la solución inmediata de los problemas.

En los anteriores problemas, la solución se llevaba a cabo mediante operaciones elementales. La solución aquí no es de ninguna manera sencilla; requiere no solo dominio de operaciones y de lenguaje, sino también de manejo y aplicación de principios y leyes que gobiernan dicho conocimiento, para obtener los resultados buscados. La frase: *hemos visto que ...*, al comienzo de la solución, indica que el pequeño está pensando teórica y científicamente, o sea, está deduciendo verdades específicas de unos pocos principios generales. En otras palabras, los pequeños aquí empiezan a utilizar el lenguaje científico y el pensamiento teórico para la resolución de problemas.

El niño empieza la solución utilizando un resultado, un teorema, para simplificar las operaciones y hacer los procesos más directos. Esto es un estímulo artificial: al ver las igualdades (1) y (2) en la organización de la tarea, el pequeño inmediatamente piensa en el ‘teorema’ que dice que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor. Esto le permite hallar el valor de uno de los números casi de manera inmediata. Los valores de estos números también podrían hallarse sin utilizar este teorema, por medio de un manejo mecánico de ecuaciones; pero este método le resultaría al niño estresante y por lo tanto contraproducente. Es mejor utilizar el pensamiento teórico para la resolución de problemas. Una vez utilizado este resultado, las operaciones que siguen son elementales. Estos resultados, teoremas y demás que se utilizan para facilitar los procesos, son construcciones que corresponden a las funciones psicológicas responsables de los procesos de pensamiento superior. Vemos entonces que el nivel de dificultad de un problema depende enteramente de la cantidad de lenguaje implicado en el problema. En la organización de la tarea, podemos observar que la estructura de este problema es más ‘compleja’ que la del anterior, debido a que la suma y la resta aparecen simultáneamente. Estos objetos matemáticos, a este nivel de desarrollo intelectual, le resultan al niño muy complicados para manejarlos. Esto es lo que hace que este problema tenga un nivel de dificultad mucho mayor que el anterior.

Continuamos con problemas tipo sobre números enteros.

PROBLEMA 6

La suma de dos números es 350 y su diferencia 108. Hallar los números.

I. *ORGANIZO MI TAREA*

1. *Hago* a *= el número mayor*
   b *= el número menor*

2. *Traduzco la frases:*

- *La suma de dos números es 350*

$$a + b = 350 \qquad (1)$$

- *su diferencia es 108*

$$a - b = 108 \qquad (2)$$

II. *SOLUCIÓN*

Se ha visto que la suma de dos números más su diferencia es el duplo del mayor, luego, sumando (1) y (2), tenemos:

$$350 + 108 = 2a,$$
de donde $458 = 2a$
O sea $458 \div 2 = a$
Es decir $a = 229 \qquad (3)$

De (1), $b = 350 - a$.
Por (3), $b = 350 - 229 = 121$.

Respuesta: 229 *y* 121

Comprobación: $229 + 121 = 350$
$229 - 121 = 108$

La estructura de este problema es idéntica a la del anterior. Una vez internalizada el esquema psicológico del problema en el interior de los niños, ellos pueden hacer, de modo independiente, todos los problemas de ese tipo que se le planteen

PROBLEMA 7 La mitad de la suma de dos números es 425 y el cuádruplo de su diferencia es 2400. Hallar los números.

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago a = el número mayor*
   b = el número menor

2. *Traduzco las frases:*

- *La mitad de la suma de dos números es 750:*

$$(a + b)/2 = 425 \quad ó \quad a + b = 425x2$$

$$\text{Es decir} \quad a + b = 850 \qquad (1)$$

- *el cuádruplo de su diferencia es 2400:*

$$4(a - b) = 2400 \quad ó \quad a - b = 2400 \div 4 = 600$$

$$\text{Es decir} \quad a - b = 600 \qquad (2)$$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es el duplo del mayor, luego de (1) y (2) tenemos:

$$850 + 600 = 2a \quad o \quad 1450 \div 2 = a,$$

$$\text{es decir,} \quad a = 725 \qquad (3)$$

De (2), b = a – 600
Por (3), b = 725 – 600 = 125

Comprobación: $(725 + 125)/2 = 425$ *y* $4(725 - 125) = 2400$

Una transformación de cantidad en calidad.

La misma estructura que el problema anterior, aunque su enunciado matemáticamente es más complejo. Entre más cantidad de ejercicios de un mismo tipo, pero con un nivel de dificultad mayor, mucho mejor. Esto hace que aumente la calidad. Se da una transformación de cantidad en calidad.

Hemos visto que la complejidad de un problema lo determina no solo la cantidad de lenguaje implicado en su enunciado, sino también la cantidad de operaciones inherentes al problema. Esta combinación de lenguaje y parte operativa, que implica desarrollos matemáticos más complejos, nos permite vislumbrar un poco cómo se va dando el desarrollo de las formas más complejas y singulares de la conducta del matemático, cuya progresiva evolución se caracteriza, como lo hemos visto, por complicadas transformaciones cualitativas de una forma de comportamiento en otra (o, como diría Hegel, una transformación de cantidad en calidad).

PROBLEMA 8

Un muchacho tiene 32 bolas entre las dos manos y en la derecha tiene 6 más que en la izquierda. ¿Cuántas bolas tiene en cada mano?

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a *= lo que tiene en la mano derecha*
   b *= lo que tiene en la mano izquierda*

2. *Traduzco las frases:*

   - *Un muchacho tiene 32 bolas entre las dos manos*

     $$a + b = 32 \qquad (1)$$

   - *en la derecha tiene 6 más que en la izquierda,*
     O sea, a excede a b en 6.

     $$a - b = 6 \qquad (2)$$

   - *¿ Cuántas bolas tiene en cada mano ?*

     $$a = ? \quad b = ?$$

II. SOLUCION

Se ha visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor; luego por (1) y (2) tenemos:

$$32 + 6 = 2\,a \quad ó \quad 38 \div 2 = a$$

Es decir $a = 19 \qquad (3)$

De (2), $b = a - 6$
Por (3), $b = 19 - 6 = 13$

Respuesta. 19 bolas en la mano derecha y 13 bolas en la mano izquierda.

Exactamente la misma estructura que el anterior, pero la naturaleza del contenido muy diferente. El contenido del anterior problema es abstracto; éste es concreto, de la vida real. Este problema contiene más lenguaje. Aquí tenemos un ejemplo de la matemática como lenguaje que cumple la función de describir el mundo externo de una manera exacta. Por lo tanto, la solución del problema implica más calidad. Una vez más, vemos la importancia de la cantidad de ejercicios de un mismo tipo.

UNA MISMA ESTRUCTURA PARA DIVERSOS MATERIALES

**PROBLEMA 9 Una pecera con sus peces vale 260 bolívares, y la pecera vale 20 bolívares más que los peces.
¿ Cuánto vale la pecera y cuánto los peces?**

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a *= lo que vale la pecera*
   b *= lo que valen los peces*

2. *Traduzco las frases*

- *Una pecera con sus peces vale 240 bolívares*

$$a + b = 240 \qquad (1)$$

- *la pecera vale 20 bolívares más que los peces,* *ó la pecera excede a los peces en 20 bolívares*

$$a - b = 20 \qquad (2)$$

- *¿ Cuánto vale la pecera y cuánto los peces?*

$$a = ? \quad b = ?$$

II. SOLUCION

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor, luego, por (1) y (2) tenemos:

$$240 + 20 = 2a \quad ó \quad 260 \div 2 = a$$

Es decir $a = 130 \qquad (3)$

De (2), $b = a - 20$
Por (3), $b = 130 - 20 = 110$

Respuesta: La pecera vale 130 bolívares y los peces 110 bolívares

PROBLEMA 10

Un Hotel de dos pisos tiene 48 habitaciones, y en el segundo piso hay 6 habitaciones más que en el primero. ¿ Cuántas habitaciones hay en cada piso?

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a *= Número de habitaciones del segundo piso*
   b *= Número de habitaciones del primer piso*

2. *Traduzco las frases*

- *Un Hotel de dos pisos tiene 48 habitaciones*

$$a + b = 48 \qquad (1)$$

- *en el segundo piso hay 6 habitaciones más que el primero*

$$a - b = 6 \qquad (2)$$

- *¿Cuántas hay en cada piso?*

$$a = ?,\ b = ?$$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor; luego, por (1) y (2), tenemos:

$48 + 6 = 2a$ o $54 = 2a$, *es decir,* $a = 54 \div 2$
O sea $a = 27$ (3)
De (1), $b = 48 - a$
Por (3), $b = 48 - 27 = 21$

Respuesta: 27 y 21

PROBLEMA 11

Una botella y su tapón valen $80, y la botella vale $70 más que el tapón. ¿Cuánto vale la botella y cuánto vale el tapón?

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a = *lo que vale la botella*
   b = *lo que vale el tapón*

2. *Traduzco las frases*

- *Una botella y su tapón valen $80*

$$a + b = 80 \qquad (1)$$

- *la botella vale $70 más que el tapón; es decir, la botella excede al tapón en $70*

$$a - b = 70 \qquad (2)$$

- *¿Cuánto vale la botella y cuánto vale el tapón?*

$$a = ?,\ b = ?$$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor; luego, por (1) y (2), tenemos:

$$80 + 70 = 2a \text{ o sea } 150 = 2a;$$
$$\text{De donde } a = 150 \div 2$$

$$\text{Es decir } \quad a = 75 \qquad (3)$$

$$\text{De (1), } b = 80 - a$$
$$\text{Por (3), } b = 80 - 75 = 5$$

Respuesta: 75 y 5

Estos problemas los ha resuelto la niña de modo completamente independiente.

PROBLEMA 12

La suma de dos números excede en 3 unidades a 97 y su diferencia excede en 7 a 53. ¿Hallar los números?

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a = *Número mayor*
   b = *Número menor*

2. *Traduzco las frases*

- *La suma de dos números excede en 3 unidades a 97*

  $a + b - 3 = 97;$ *O sea* $a + b = 100$ (1)

- *su diferencia excede en 7 a 53*

  $a - b - 7 = 53;$ *Es decir,* $a - b = 60$ (2)

- *¿Hallar los números?*

  $a = ?, b = ?$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor; luego, por (1) y (2), tenemos:

$$100 + 60 = 2a \text{ o } 160 = 2a; \quad \text{o sea } a = 160 \div 2$$

$$\text{Es decir } a = 80 \quad (3)$$

De (1), b = 100 – a
Por (2), b = 100 – 80 = 20

Respuesta: 80 y 20

Aunque tiene la misma estructura de los anteriores problemas, el nivel de dificultad es mayor debido a que hay más cantidad de lenguaje implicado en las frases del enunciado del problema. No es simple traducir la frase 'La suma de dos números excede en 3 unidades a 97'

Aquí vemos una vez más la importancia de la adquisición del lenguaje. Si el niño no tiene un dominio de ciertas nociones y habilidad para traducirlas al lenguaje matemático, le quedará imposible encontrar la solución del problema. Para obtener este desarrollo no basta con asimilar las nociones, conceptos y demás, sino que es necesario llegar a tener un dominio de ese conocimiento. En estos problemas, se ve que el niño no solo ha asimilado, por ejemplo, la noción de que el exceso de *a* sobre b es *a-b*, sino que también tiene el dominio de ella.

PROBLEMA 13 La edad de un padre y la de su hijo suman 90 años. Si el hijo nació cuando el padre tenía 36 años. ¿Cuáles son las edades actuales?

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago a = La edad del padre*
   b = La edad del hijo

2. *Traduzco las frases*

   - *La edad de un padre y la de su hijo suman 90 años*

$$a + b = 90 \qquad (1)$$

- *Si el hijo nació cuando el padre tenía 36 años; es decir, el padre excede al hijo en 36 años*

$$a - b = 36 \qquad (2)$$

- *¿Cuáles son las edades actuales?*

$$a = ?, b = ?$$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor; luego, por (1) y (2), tenemos:

$$90 + 36 = 2a \text{ o sea } 126 = 2a; \text{ de donde } a = 126 \div 2$$

$$\text{Es decir, } a = 63 \qquad (3)$$

De (1), $b = 90 - a$
Por (2), $b = 90 - 63 = 27$

Respuesta: 63 y 27

Igual estructura que el anterior, pero contenido diferente. Una misma estructura para trabajar diversos materiales.

PROBLEMA 14. 8534 excede en 1400 a la suma de dos números y en 8532 a su diferencia. Hallar los dos números.

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* a = *Número mayor*
   b = *Número menor*

2. *Traduzco las frases*

- *8534 excede en 1400 a la suma de dos números:*

$$8534 - (a + b) = 1400$$

$$\text{O sea } a + b = 8534 - 1400$$

Es decir $a + b = 7434$ *(1)*

- *y en 8532 a su diferencia:*

$$8534 - 8532 = a - b$$

Es decir, $a - b = 2$ *(2)*

- *Hallar los dos números:*

$$a = ?, b = ?$$

II. SOLUCIÓN

Hemos visto que la suma de dos números más su diferencia es igual al duplo del mayor; luego, por (1) y (2), tenemos:

$$7134 + 2 = 2a \quad o \quad 7136 = 2a; \quad o \quad a = 7136 \div 2$$

Es decir, $a = 3568$ *(3)*

De (1), $b = 7134 - a$
Por (2), $b = 7134 - 3568 = 3566$

Respuesta: 3568 y 3566

Este problema no tiene nada nuevo con relación a los demás. Lo único diferente es que los números son grandes. Lo importante de señalar en este problema es que los niños lo pudieron resolver con mucha facilidad y de modo completamente independiente.

LO QUE VEMOS EN ESTOS PROBLEMAS ...

Lo crítico de la adquisición del lenguaje.

Estos problemas muestran la importancia de la adquisición del lenguaje para el desarrollo intelectual en matemáticas. Si el niño no tiene un dominio del lenguaje que incluye las operaciones de la aritmética, sus nociones, el lenguaje mismo, la lógica simbólica, ... etc., utilizado para la descripción y manejo del problema, le resultará imposible resolverlo, incluso tratar de imitar su solución.

El esquema psicológico inherente no existe antes que cualquier experiencia.

Pese a que el niño pudo resolver muchos problemas sobre temas nuevos sin la ayuda del profesor, cuando se le plantearon este tipo de problemas, no los pudo resolver. Era obvio que esto sucediera así, las experiencias nuevas pueden tener algo desconocido que puede ser difícil y hasta imposible de descifrar. Después de trabajar estos problemas, imitando la solución del profesor, el niño internaliza su estructura y puede resolver, de modo independiente, los problemas de ese tipo que se le planteen. Esto indica que es mediante la experiencia de imitar la solución del profesor que los niños pueden llegar a conocer la estructura de un problema. La ayuda del profesor consiste en hacer explícita la estructura del problema mediante la organización de la tarea.

La organización de la tarea constituye la extensión del entorno, el cual, a su vez, está constituido por las frases del enunciado del problema. Esta organización de la tarea es la construcción del espacio inmediato y evidente [la estructura intelectual - el esquema inherente] para la solución del problema. Todas las acciones desplegadas en la solución del problema son inmediatas; se originan como respuestas a los estímulos creados en este nuevo entorno. Recordemos que la característica central de las funciones elementales es que éstas están directa y totalmente determinadas por los estímulos del entorno; y que en lo que respecta a las funciones superiores, el rasgo principal es la estimulación autogenerada, es decir la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en la causas inmediatas de la conducta. De esta manera, vemos cómo la organización de la tarea permite a los pequeños, mediante la ayuda de estímulos externos, el control consciente de su conducta matemática desde fuera, y además, le permiten crear nuevas formas de un proceso psicológico establecido. También, la organización de la tarea nos da una idea de cómo se desarrollan las formas externas de conducta mediata. En este respecto, tenemos que decir que estas formas de trabajo no las inventa ni las descubre el estudiante. Aunque el aspecto indirecto (mediato) de las operaciones psicológicas sea un rasgo esencial de los procesos mentales superiores, es un grave error creer que las operaciones indirectas aparecen como un resultado de una pura lógica. El niño no las inventa ni las descubre bajo la forma de una percepción repentina o una brillante suposición (la llamada reacción del ajá). El pequeño no es capaz de deducir repentina e irrevocablemente la relación que existe entre el signo y el método para usarlo. Por otra parte, tampoco desarrolla de modo intuitivo una actitud abstracta derivada, por así decirlo, de «las profundidades de la mente del niño». Esta noción metafísica, según la cual el esquema psicológico inherente existe antes que cualquier experiencia, corresponde a una concepción a priori de las funciones psicológicas superiores.

La organización de la tarea conforma las funciones psicológicas superiores para la solución del problema mediante el lenguaje inteligente.

La organización de la tarea también nos da una idea acerca de la conducta superior. La característica básica de la conducta humana general es que las personas influyen en sus relaciones con el entorno, y a través de dicho entorno, modifican su conducta, sometiéndola a su control. En este respecto, el lenguaje humano es, con mucho, la conducta más importante relativa al uso de signos en el desarrollo infantil. Hemos visto en la organización de la tarea que a través del lenguaje el niño se libera de muchas de las limitaciones inmediatas de su entorno. Se prepara, con ello, para una actividad futura; proyecta, ordena y controla su propia conducta, así como la de los demás [Esto se ve en la conducta desplegada por el pequeño en la solución del problema. Cuando el niño expone la tarea, el profesor no dice nada ni hace nada porque todo lo que el niño dice es perfecto]. De la misma manera, hemos podido observar, en la organización de la tarea, que el lenguaje, una vez internalizado, se convierte en una parte importante de los procesos psicológicos superiores, que actúa para organizar, unificar e integrar los distintos aspectos de la conducta de los niños en la resolución de problemas.

La organización de la tarea también constituye la estructura del campo visual para la organización de la conducta práctica del niño en la solución del problema. La historia del uso de lenguaje en la actividad práctica es la siguiente: El proceso entero de la resolución de un problema está básicamente determinado por la percepción - El niño comienza a percibir el mundo no solo a través de sus ojos, sino también a través de su lenguaje. En consecuencia, la inmediatez de la percepción " natural" queda sustituida por un proceso mediato y complejo; como tal, el lenguaje se convierte en una parte esencial del desarrollo cognoscitivo del niño. Más tarde, los mecanismos intelectuales relacionados con el lenguaje adquieren una nueva función; la percepción verbalizada en el niño que ya no está limitada al hecho de etiquetar las cosas con nombres [como, por ejemplo, cuando hace *a* = la edad de Rosa]. En este estadio de desarrollo, el lenguaje adopta una función sintetizadora, que, a su vez, es también instrumental al lograr formas más complejas de percepción cognoscitiva [por ejemplo, la traducción de frases al lenguaje matemático, y, luego, el manejo de varias de ellas simultáneamente]. En esta exhibición de pensamiento matemático de los pequeños, es notoria la contribución que lleva a cabo el lenguaje al desarrollo de una nueva organización estructural de actividad práctica.

El lenguaje como herramienta para manejar los objetos de un problema.

La actividad simbólica que observamos en la organización de la tarea posee una función específica organizadora en el proceso del uso de instrumentos que le permite al pequeño determinar los objetos del problema, manejarlos con facilidad, exhibir un comportamiento ágil y seguro en la solución del problema, y además, lo más importante, moverse en un terreno completamente cognoscitivo, más que guiado por un mundo externamente visual. Esto nos muestra que el desarrollo en matemáticas se da cuando el lenguaje y la parte operativa, dos líneas de desarrollo completamente independientes en la enseñanza de las matemáticas, convergen.

EL LENGUAJE DA ESTRUCTURA AL PENSAMIENTO

Mediante el siguiente problema, resuelto de modo independiente por el niño Santiago, queremos ilustrar cómo el lenguaje acompaña a la actividad práctica y da estructura al pensamiento.

Ejercicio 60, # 12

Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años. ¿ Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años? R. 13 años.

La siguiente fue la forma cómo el pequeño resolvió el problema:

I. ORGANIZO MI TAREA

1 *Hago: a = la edad de Rosa c = la edad de Elsa*
b = la edad de María d = la edad de Matilde

2. *Traduzco las frases :*

Cuando nació Rosa, María tenía 30 años. Ambas edades suman hoy 28 años más que la edad de Elsa, que tiene 50 años.

$$a + b = 28 + c$$

¿ Qué edad tiene Matilde, que nació cuando Rosa tenía 11 años?

d =? Si a =

Solución :

Primero sumamos la edad de Elsa con la suma de Rosa y María. Tenemos: c + 28 o sea 50 + 28 = 78

Averiguo la edad de María y Rosa: Cuando María tenía 30, Rosa nació, Cuando cumplió 40, Rosa tenía 10 y Cuando cumplió 50, Rosa tenía 20, y cuando cumplió 54, Rosa tenía 24. Entonces a = 24 y b = 54, Sumando 24 + 54 = 78. Entonces 24 – 11 = 13 que es la edad de Matilde.

El lenguaje no sólo acompaña a la actividad práctica, sino que también desempeña un papel específico en su realización.

Podemos ver que este problema lo resolvió el pequeño utilizando únicamente el lenguaje y la lógica. Inicialmente, el niño trató de resolver el problema imitando la forma de trabajar del profesor, pero, luego, se apartó de esos esquemas y decidió resolverlo por su propia cuenta, utilizando para ello su lenguaje y lógica como instrumentos auxiliares. Sin embargo, no del todo desecha la forma del profesor, la cual retoma una vez ha llegado a dominar el problema y está listo para hallar la edad de Matilde. En el desarrollo de su solución, es fácil ver que el lenguaje acompaña a la actividad. También se ve que el lenguaje y la operación convergen fundiéndose en una sola entidad no actuando por separado, sino haciendo parte de una sola y misma función psicológica dirigida a resolver el problema. Otro asunto importante es que las operaciones que el pequeño lleva a cabo mediante el lenguaje son muy lógicas y los razonamientos matemáticos muy lógicos y precisos . Además, podemos observar que el pequeño no retoma toda la forma de trabajar del profesor, sino lo que le sirve; por ejemplo, cuando ha hallado las edades de Rosa y María hace a = 24 y b = 54; luego, las suma para confirmar que sus resultados son consistentes con lo planteado en la organización de la tarea, y, también, para estar seguro de que sus acciones son adecuadas y que va por buen camino. Otra cosa muy importante de observar es que a pesar de que el pequeño no pudo traducir la pregunta del problema al lenguaje matemático explícitamente [de forma externa], una vez hallado el valor de *a* [la edad de Rosa], sin embargo, pudo hacer la operación correspondiente implícita en la pregunta. Esto quiere decir que aunque externamente el pequeño no pudo hacer la traducción de la pregunta del problema, sí la pudo hacer internamente, o sea, mentalmente, no mediante el lenguaje externo sino mediante el lenguaje interno. Los lectores que sean matemáticos estarán de acuerdo conmigo en que no es tan fácil verificar que este razonamiento matemático del pequeño es correcto, aunque externamente se vea rigurosamente lógico. El trabajo está en verificar si las traducciones mediante el lenguaje interno son correctas.

Al igual que un molde da forma a una sustancia, las palabras pueden transformar una actividad en una estructura.

Observemos que el lenguaje hace de la organización de la tarea una estructura. No obstante, dicha estructura puede ser modificada o remodelada cuando los niños aprenden a utilizar el lenguaje de modo que les permita ir más allá de las experiencias precedentes al planear una acción futura. Una vez han aprendido a utilizar de modo efectivo la función planificadora de su lenguaje, su campo psicológico cambia radicalmente. La visión del futuro pasa a ser parte integrante de sus aproximaciones a su entorno.

La importancia de la estructura del campo visual en la organización de la tarea

En la organización de la tarea vemos la estructura del campo visual del problema, que resulta de gran importancia para la organización de la conducta práctica del pequeño en la solución del mismo. Esto es así debido a que el proceso entero de la resolución de un problema está básicamente determinado por la percepción**.** El niño comienza a percibir todo lo que está implícito en el enunciado del problema a través de su lenguaje. Al simbolizar los objetos básicos del problema y hacer las traducciones del lenguaje corriente al lenguaje matemático, el lenguaje se convierte en una parte esencial del desarrollo cognoscitivo del niño. En este el pequeño aprende a *actuar* en un terreno cognoscitivo, más que en un mundo externamente visual.

El papel que desempeña el lenguaje en la solución de problemas.

El lenguaje no sólo acompaña a la actividad práctica, sino que también desempeña un papel específico en su realización. En la organización de la tarea vemos que por medio del lenguaje los pequeños pueden desarrollar un método de conducta para guiarse a sí mismos y utilizarlo como instrumento para resolver problemas.

Queremos ahora ilustrar acerca de la importancia del lenguaje, y la matemática como lenguaje, para resolver problemas prácticos.

11. A y B tienen igual dinero. ¿ Qué es más, la tercera parte de lo que tiene A o la mitad de lo que tiene B y por cual ley ?

I. ORGANIZO MI TAREA

Traduzco las frases:

- *A y B tienen igual dinero*
  $A = B$ *(1)*
- *la tercera parte de lo que tiene A*
  $1/3\ A$
- *la mitad de lo que tiene B* :
  $½\ B$
- *¿ Qué es más, la tercera parte de lo que tiene A o la mitad de lo que tiene B?*

  o su equivalente:

  ¿ La tercera parte de lo que tiene A es más de la mitad de lo que tiene B o la mitad de lo tiene B es más de la tercera parte de lo que tiene A? :

$$¿\ \tfrac{1}{3}A > ½\,B \quad \text{o} \quad ½\,B > \tfrac{1}{3}\,A \quad ?$$

II SOLUCIÓN

Por (1), sabemos que $A = B$
y es un hecho que $3 > 2$

Entonces, tenemos que $A \div 3 < B \div 2$*,*

Porque si una igualdad (dividendo) se divide entre otra desigualdad (divisor), siempre que la división sea posible, resulta una desigualdad de sentido contrario que la desigualdad dividendo.

Por lo tanto, $A/3 < B/2$

RESPUESTA: la mitad de lo que tiene B es más que la tercera parte de lo que tiene A.

....

En esta exhibición de pensamiento matemático sobresale el uso muy fuerte del lenguaje; se ve muy claro y nítido cómo el lenguaje acompaña a la actividad. En cada acción se ve la intervención del lenguaje; el lenguaje junto con el empleo de los signos se incorpora a cada acción que se lleva a cabo en la organización de la tarea. Toda la actividad que se realiza en la organización de la tarea tiene que ver con la traducción del enunciado del problema. Se inicia la actividad práctica descomponiendo en frases el enunciado del problema, y luego se traduce cada frase al lenguaje matemático. Para que sea exitosa la traducción al lenguaje matemático debe haber dominio del lenguaje en general; por ejemplo, dominio de sinónimos o expresiones equivalentes como se ve en la traducción de la pregunta del problema. Una vez convertidas en expresiones matemáticas las partes del problema , el pequeño usa la teoría para resolver el problema. Es importante observar que en la solución no hay operaciones; de actividad todo lo que hay es un razonamiento sencillo que consiste en tomar unos hechos como premisas e invocar una ley de la teoría para obtener en forma inmediata una conclusión, que es la respuesta o solución del problema. Esto es tener pensamiento teórico [pensar en contexto]. Conviene aclararle al lector que no hay otra forma de resolver este problema; intentarlo por el lado técnico sería muy complicado. Aquí tenemos un ejemplo de cómo para ciertas situaciones que parecen no complicadas la inteligencia práctica no es suficiente para resolverlas. Se necesita pues del pensamiento teórico. Esto nos indica que sin el lenguaje no se puede hacer nada; pareciera que todo en el universo haya sido hecho de lenguaje.

En esta experiencia vemos algunos aspectos muy importantes de la interrelación entre la inteligencia práctica y el desarrollo del lenguaje. Vemos, una vez más, la integración del lenguaje en un sentido más amplio, como teoría, y el pensamiento práctico, lo cual redunda en desarrollo de pensamiento teórico. Este resultado de la integración de estas dos importantes funciones que producen el desarrollo intelectual superior nos puede explicar el por qué en la escuela nunca ha habido este desarrollo intelectual. En la enseñanza de la matemática, la parte operativa siempre ha estado separada del lenguaje. Por esta razón en la escuela nunca ha habido desarrollo de procesos intelectuales superiores en matemáticas.

PROBLEMA

La edad de María es mayor que la de Rosa ¿Qué es más, la cuarta parte de la edad de María o la mitad de la edad de Rosa?

I. ORGANIZO MI TAREA

Traduzco las frases :

- *La edad de María es mayor que la de Rosa*

$$M > R \qquad (1)$$

- *¿Qué es más, la cuarta parte de la edad de María o la mitad de la edad de Rosa?*

$$¿\ \frac{M}{4} > \frac{R}{2} \quad o \quad \frac{R}{2} > \frac{M}{4}\ ?$$

II. SOLUCIÓN

Por (1) sabemos que $M > R$*;*
Es un hecho que $4 > 2$

Sin embargo, de estas desigualdades no se puede concluir nada por el escolio de la ley de monotonía que dice: Si se dividen miembro a miembro dos igualdades del mismo sentido, el resultado no se puede anticipar, pues puede ser una desigualdad de ese mismo sentido o de sentido contrario o una igualdad. Por lo tanto, no puede anticiparse el resultado.

Respuesta: No se sabe quien es el mayor.

La potencia del pensamiento teórico

La misma estructura que el anterior problema, solo que la ley que se invoca es diferente. Es importante el manejo de estas leyes porque así se evita pérdida de tiempo haciendo operaciones tratando de hallar una respuesta. Aquí se ve lo potente del pensamiento teórico, mediante el cual se puede predecir exactamente lo que va a pasar sin necesidad de hacer operaciones.

PROBLEMA Juan tiene doble edad que Pedro. La edad de María es la mitad de la de Pedro y la de Rosa la mitad de la de Juan. ¿Quién es mayor, María o Rosa y por cual ley?

I. ORGANIZO MI TAREA

1. *Hago* j = *edad de Juan*
   p = *edad de Pedro*
   m = *edad de María*
   r = *edad de Rosa*

2. *Traduzco las frases*

- *Juan tiene doble edad que Pedro:*
  $j = 2p \qquad (1)$
- *la edad de María es la mitad de la de Pedro:*
  $m = p/2 \qquad (2)$
- *la de Rosa la mitad de la de Juan:*
  $r = j/2 \qquad (3)$
- *¿Quién es mayor, María o Rosa ? :*
  ¿ $m > r$ o $r > m$?

II. SOLUCION

Remplazando (1) en (3), obtenemos: $r = 2p/2 = p$

Por (2), deducimos : $p > m \quad (4)$

Como $r = p$, *por (4) deducimos entonces que* $r > m$.

Respuesta. Rosa es mayor que María.

Una estructura muy diferente del anterior problema, que implica un pensamiento teórico más elaborado. La solución de los anteriores problemas consta de un razonamiento, mientras que en la de éste hay tres. Aquí se ve claramente la función específicamente organizadora de la actividad simbólica que facilita un manejo solvente de los objetos del problema mediante el pensamiento teórico. También vemos una actividad no tan sencilla como en los anteriores problemas. Los objetos matemáticos que maneja en cada acción tampoco son tan simples, lo que indica que ha habido desarrollo de pensamiento teórico en el niño.

En este trabajo experimental, no sólo hay acción (actividad), tratando de alcanzar una solución, sino que también hay lenguaje. El lenguaje surge desde un comienzo y continúa casi sin interrupción a lo largo de todo el desarrollo de la tarea, aumenta y se hace persistente cada vez que la situación del problema se va complicando y su solución se hace más difícil de alcanzar.

El papel que cumple el lenguaje en el desarrollo intelectual específicamente humano.

Para llevar a efecto este estudio, nos ayudará mucho considerar el hecho de que el lenguaje determina dos clases de estudiantes en la escuela: Por un lado están los que usan el lenguaje en su actividad práctica; y por otro, los que no lo utilizan. ¿Con qué compararemos a los estudiantes que no utilizan el lenguaje en su actividad práctica? Hemos visto en un sentido práctico, y en términos de la experiencia, que cuando se introducen los rudimentos del lenguaje matemático en la escuela, se inicia, en los niños, el desarrollo de los procesos intelectuales superiores en este campo. Veamos que esto es la confirmación del desarrollo en un campo específico del conocimiento de lo que ocurre en el desarrollo general del niño: Estudiosos de la inteligencia práctica en niños y animales, en sus innumerables experimentos con monos, compararon algunas de sus observaciones sobre la conducta de los chimpancés con determinados tipos de respuestas en los niños y establecieron similitudes entre el niño y el mono. En estos estudios, los investigadores encontraron, por ejemplo, que la actividad práctica del niño pequeño anterior al desarrollo del lenguaje es idéntica a la del mono, y que aunque durante su periodo preverbal, el uso que el pequeño hace de los instrumentos sea comparable al de los monos, tan pronto como el lenguaje hace su aparición junto con el empleo de los signos y se incorpora a cada acción, esta se transforma y se organiza de acuerdo con directrices totalmente nuevas. A fin de entrar más en detalle sobre esta nueva acción, conviene que la distingamos de la acción que se lleva a cabo separada del lenguaje. Esto nos ayudará a entender mejor el papel que cumple el lenguaje en el desarrollo intelectual específicamente humano.

¿Qué es lo que en realidad distingue las acciones del niño que habla [que domina los rudimentos del lenguaje matemático] de las acciones de un mono [un niño que carece de tales rudimentos y sólo posee pensamiento técnico] cuando están resolviendo problemas prácticos?

Lo primero que impresiona al experimentador es la *libertad* incomparablemente mayor de las operaciones de los niños, su mayor independencia de la estructura de la situación visual concreta. Los niños, con la ayuda del lenguaje, crean mayores posibilidades de las que los monos pueden realizar a través de la acción. Una importante manifestación de esta mayor flexibilidad es que el niño es capaz de ignorar la línea directa entre el actor y la meta. Al contrario, se entretiene en una serie de actos preliminares, sirviéndose de lo que llamamos métodos instrumentales o mediatos (indirectos). En el proceso de resolución de una tarea, el pequeño es capaz de incluir estímulos que no están ubicados dentro del campo visual inmediato. Al utilizar las palabras (una clase de estos estímulos) para crear un plan específico, el niño alcanza un rango mucho más amplio de efectividad, utilizando como *herramientas* no sólo aquellos objetos que están al alcance de su mano (ejerciendo las funciones psicológicas elementales), *sino buscando y preparando estímulos* (construcción de las funciones superiores) *que puedan ser útiles para la resolución de la tarea, planeando acciones futuras*. Esto se ve en la organización de la tarea del pequeño; al traducir las frases del enunciado del problema, el niño está incluyendo estímulos que no están ubicados dentro del campo visual inmediato; también está buscando y preparando estímulos que pueden ser útiles para la resolución de la tarea. Obsérvese que al final de la organización de la tarea, en muchos de los casos presentados en este trabajo, la solución se da casi de forma inmediata. En segundo lugar, las operaciones prácticas de un niño que ya puede hablar son mucho menos impulsivas y espontáneas que las del mono. Este lleva a cabo una serie de intentos incontrolados para resolver el problema planteado. En cambio, el niño que habla utiliza el lenguaje, divide la actividad en dos partes consecutivas. Planea cómo resolver el problema a través del lenguaje y luego lleva a cabo la solución a través de la actividad abierta [La organización de la tarea es un plan para llevar a cabo la solución del problema]. La manipulación abierta queda reemplazada por un complejo proceso psicológico mediante el cual la motivación interna y las intenciones, pospuestas en el tiempo, estimulan su propio desarrollo y realización. Este nuevo tipo de estructura psicológica está ausente en los monos, incluso en sus formas más rudimentarias. Obsérvese que este proceso psicológico queda muy bien definido y descrito por el lenguaje que se integra a las operaciones lógico-matemáticas en la actividad práctica del niño que domina ciertos rudimentos del lenguaje matemático. Por último, hay que señalar que el lenguaje no sólo facilita la manipulación efectiva de objetos por parte del niño, sino que también controla *el comportamiento del pequeño*.[Esta conducta se puede apreciar en los videos de las exposiciones matemáticas de este libro que estos niños hacen en el tablero]. Así pues, con la ayuda del lenguaje, a diferencia de los monos, los niños adquieren la capacidad de ser sujetos y objetos de su propia conducta.

Para resumir lo que hasta ahora se ha dicho en este apartado, diremos: La capacidad específicamente humana de desarrollar el lenguaje ayuda al niño a proveerse de instrumentos auxiliares para la resolución de tareas difíciles, a vencer la acción impulsiva, a planear una solución del problema antes de su ejecución y a dominar la propia conducta. Los signos y las palabras sirven a los niños, en primer lugar y sobre todo, como un medio de contacto social con las personas. Las funciones cognoscitivas y comunicativas del lenguaje se convierten en la base de una nueva forma superior de actividad en los niños, distinguiéndolos de los animales.

S I N T E S I S

En la organización de la tarea se dan fundamentalmente dos clases de acciones cognitivas. La primera de ellas consiste en simbolizar los objetos principales del problema; y la segunda, en traducir al lenguaje matemático las frases que componen el enunciado del problema. Las funciones psicológicas que realizan las primeras acciones son elementales; mientras que las segundas corresponden a las funciones psicológicas superiores, las encargadas de la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas de la conducta que el pequeño exhibe en la solución del problema. En este sentido, la organización de la tarea cumple un papel muy importante y fundamental en la solución del problema debido a que toda su actividad apunta a la construcción de las funciones psicológicas superiores, responsables de que la solución del problema se lleve a cabo mediante pasos elementales.

En muchas ocasiones la complejidad de un problema es más un asunto de lenguaje que de manejo de operaciones; de ahí lo crucial de la adquisición del lenguaje y de su uso en la solución del problema. En este respecto, la matemática, como lenguaje, se constituye en una herramienta muy útil en la construcción de estímulos artificiales para la fácil y efectiva solución de los problemas.

El lenguaje determina la estructura del problema. Así que sin dominio de lenguaje es casi imposible resolver problemas, incluso tratar de imitar su solución. Es natural que los niños no puedan resolver problemas que tengan una estructura desconocida para ellos; esto es así debido a que el esquema psicológico inherente no es antes que cualquier experiencia.

La organización de la tarea también nos da una idea acerca de la conducta superior que el pequeño exhibe cuando está resolviendo problemas con este método. La organización de la tarea conforma la estructura del campo visual para la organización de la conducta práctica del niño en la solución del problema. La integración del lenguaje y el pensamiento práctico en el curso de la tarea y el papel esencial que el lenguaje desempeña en la organización de las funciones psicológicas superiores determinan la nueva organización estructural de actividad práctica [la citada estructura intelectual] en la que se apoya el pequeño para desarrollar la conducta que exhibe en la solución del problema. Los pequeños empiezan aquí a utilizar el lenguaje 'científico' y el pensamiento teórico en la resolución de problemas.

La actividad simbólica tiene una específica función organizadora en el proceso del uso de instrumentos en la organización de la tarea; le permite al pequeño determinar los objetos del problema, manejarlos con facilidad y exhibir un comportamiento ágil y seguro en la solución del problema y, además, lo más importante, moverse en un terreno completamente cognoscitivo, más que guiado por un mundo externamente visual.

El desarrollo intelectual superior en matemáticas se empieza a dar cuando el lenguaje y la parte operativa, dos líneas de desarrollo completamente independientes en la enseñanza de la matemática, se integran. El lenguaje, al acompañar a la actividad práctica, transforma dicha actividad en una estructura, desempeñando, de esta manera, un papel específico en su realización.

En la organización de la tarea, podemos ver dos hechos importantes: 1) El lenguaje es tan importante como la operación para lograr la solución del problema. El lenguaje y la acción son parte de *una única y misma función psicológica* dirigida hacia la solución del problema planteado. 2) Cuanto más compleja resulta la acción exigida por la situación y menos directa sea su solución, tanto mayor es la importancia del papel desempeñado por el lenguaje en la operación como un todo. Esto es lo que se observa en la actividad matemática; hemos visto que el lenguaje lo hace todo, y en ocasiones, sin él es imposible realizar la tarea.

Conclusión Debido a que el desarrollo en matemáticas se da cuando el lenguaje y la parte operativa, dos líneas de desarrollo completamente independientes en la enseñanza de las matemáticas, convergen, es de crucial importancia que en la escuela los maestros tengan primeramente una educación matemática en este sentido a fin de que puedan integrar estas dos líneas de trabajo en su clase de matemáticas con los pequeños, y de esta manera, se pueda iniciar en ellos el desarrollo de los procesos intelectuales superiores en matemáticas.