EL NIVEL REAL DE DESARROLLO

"Lo que crea la zona de desarrollo próximo es un rasgo esencial de aprendizaje; Es decir, el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar sólo cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante. Una vez se han internalizado estos procesos, se convierten en parte de los logros evolutivos independientes del niño "

Vygotski.

El nivel real de desarrollo es un concepto básico de la zona de desarrollo próximo. No se puede tener un entendimiento claro de la definición descriptiva de la zona de desarrollo próximo si no se conoce bien en qué consiste el nivel real de desarrollo. Recordemos que el nivel real de desarrollo alude al trabajo independiente del pequeño, mientras que el nivel potencial de desarrollo alude al trabajo con la ayuda de alguien más capaz, y la zona de desarrollo próximo es la distancia entre estos dos niveles. Así que el nivel real de desarrollo es un término básico de la definición de la zona de desarrollo próximo.

En el primer capítulo vimos que el estado de desarrollo mental de un niño puede determinarse únicamente si se lleva a cabo una clarificación de estos dos niveles: del nivel real de desarrollo y del nivel potencial de desarrollo. En este capítulo veremos de una manera práctica aspectos de cada uno de estos niveles. Todo estará enfocado a confirmar desde la realidad y la práctica que lo que establece el concepto de la zona de desarrollo próximo con respecto a la relación entre aprendizaje y desarrollo es la unidad, no la identidad, de los procesos de aprendizaje y los procesos de desarrollo interno. A través de talleres realizados de modo absolutamente independiente por el niño Santiago Rojas Loaiza tendremos la oportunidad de conocer en concreto procesos de aprendizaje y procesos de desarrollo interno, en los cuales nos será fácil ver que estos procesos no son idénticos, sino que más bien los unos se convierten en los otros, formando así una unidad.

Lo característico de la actividad práctica en los estadios iniciales del desarrollo intelectual en los niños es la ausencia absoluta de lenguaje. Esto es así debido a que los comienzos de la inteligencia práctica en el niño, al igual que las acciones del chimpancé, son independientes del lenguaje. Aunque la inteligencia práctica en sus comienzos se caracteriza por la ausencia de lenguaje, tan pronto como éste hace su aparición junto con el empleo de los signos y se incorpora a cada acción, ésta se transforma y se organiza de acuerdo con directrices totalmente nuevas. Esto nos habla de la importancia de la integración del lenguaje y el pensamiento práctico en el curso del desarrollo. En este capítulo tendremos la oportunidad de confirmar experimentalmente estas ideas mediante el desarrollo de los siguientes tres puntos: (1): El lenguaje acompaña a la actividad práctica en el desarrollo de procesos intelectuales superiores, (2): El profesor le enseña al pequeño a utilizar el lenguaje en su actividad práctica, y (3): El lenguaje es parte esencial de la ayuda que el profesor le ofrece al pequeño en la zona de desarrollo próximo.

Con el desarrollo de este capítulo nos proponemos :

♦ Tener una comprensión clara y exacta de lo que es el nivel real de desarrollo.

♦ Conocer en la realidad y en la práctica funciones concretas que todavía no han madurado, pero que ahora se encuentran en estado de formación, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su plena madurez y que hoy se hallan en estado embrionario.

♦ Verificar en la realidad y en la práctica que el rasgo esencial de la zona de desarrollo próximo es que el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar sólo cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante, y que, una vez se han internalizado dichos procesos, estos se convierten en parte de los logros evolutivos independientes del niño.

♦ Ver en la realidad y en la práctica cómo los procesos de aprendizaje y los procesos de desarrollo interno hacen una unidad, y de cómo los unos se convierten en los otros.

LA INTELIGENCIA PRÁCTICA EN SUS COMIENZOS SE CARACTERIZA POR LA AUSENCIA ABSOLUTA DEL LENGUAJE.

TALLER N^0 1

EJERCICIO 139 ARITMÉTICA DE BALDOR

PROBLEMA 1.

A \$ $\frac{7}{8}$ el kg. de una mercancía, ¿ cuánto valen 8 kgs., 12 Kgs.? R. \$ 7, \$ 10$\frac{1}{2}$.

Solución sin lenguaje

$$\frac{7}{8} x\, 8 = \frac{7}{8} x \frac{8}{1} = \frac{7}{1} = \$\, 7, \quad \frac{7}{8} x\, 12 = \frac{7}{\underset{2}{\cancel{8}}} x \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{1} = \frac{21}{2} = {}^{R}\, 10\frac{1}{2}$$

PROBLEMA 2.

Un reloj adelanta $\frac{3}{7}$ de minuto en cada hora. ¿Cuánto adelantará en 5 horas; en medio día; en una semana?

Solución sin lenguaje:

$$\frac{3}{7}\times 5 = \frac{3}{7}\times\frac{5}{1} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}; \qquad \frac{3}{7}\times 12 = \frac{3}{7}\times\frac{12}{1} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{7}\times 24\times 7 = \frac{3}{7}\times\frac{24}{1}\times\frac{7}{1} = \frac{3\times 24}{1} = \frac{72}{1} = 72$$

Respuesta $2\frac{1}{7}$ min; $5\frac{1}{7}$ min; 72 min. O 1h 12 min.

PROBLEMA 3.

Tengo \$86. Si compro 3 libros de a $\$1\frac{1}{8}$ cada uno y seis objetos de a $\$\frac{7}{8}$ cada uno, ¿Cuánto me queda?

Solución independiente sin lenguaje:

$$3\times 1\frac{1}{8} = 3\times\frac{9}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$$

$$6\times\frac{7}{8} = \frac{\cancel{6}^{3}}{1}\times\frac{7}{\cancel{8}_{4}} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

$$3\frac{3}{8} + 5\frac{1}{4} = \frac{27}{8} + \frac{21}{4} = \frac{27+42}{8}$$

$$= \frac{69}{8} = 8\frac{5}{8}$$

$$3\frac{3}{8} + 5\frac{1}{4} = \frac{27}{8} + \frac{21}{4} = \frac{27}{8} + 42$$

$$= \frac{69}{8} = 8\frac{5}{8}$$

$$86 - 8\frac{5}{8} = 85\frac{8}{8} - 8\frac{5}{8} = 77\frac{3}{8}$$

Respuesta : me queda \$ $77\frac{3}{8}$

PROBLEMA 4.

Para hacer un metro de una obra un obrero emplea 6 horas. ¿Cuánto empleará; para hacer $14\frac{2}{3}$ metros; $18\frac{5}{33}$ metros? R. 88 hs., $108\frac{10}{11}$ hs.

Solución:

Para saber cuántas horas empleará un obrero en $14\frac{2}{3}$ *y* $18\frac{5}{33}$ *metros tenemos :*

$$6\,x\,14\frac{2}{3} = \frac{\cancel{6}^{2}}{1}\,x\,\frac{44}{\cancel{3}_{1}} = 88,\quad 6\,x\,18\frac{5}{33} = \frac{6}{1}\,x\,\frac{599}{33} = \frac{3594}{33} = \frac{1198}{11} = 108\frac{10}{11}$$

PROBLEMA 5.

Compré tres sombreros a \$ $2\frac{3}{5}$ uno; seis camisas a \$ $3\frac{3}{4}$ una. Si doy para cobrar un billete de \$ 50, ¿cuánto me devuelven?

$$3 \text{ x } 2\frac{3}{5} = \frac{3}{1} \text{ x } \frac{13}{5} = \frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$$

$$6 \text{ x } 3\frac{3}{4} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1} \text{ x } \frac{15}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$$

$$\frac{39}{5} + \frac{45}{2} = \frac{78+225}{10} = \frac{303}{30} = 30\frac{3}{10}$$

$$50 - 30\frac{3}{10} = 49\frac{10}{10} - 30\frac{3}{10} \overset{R}{=} 19\frac{7}{10}$$

PROBLEMA 6.

Tenía \$ $54\frac{2}{3}$, compré 8 plumas fuentes a \$$4\frac{1}{4}$ una; 9 libros a \$$2\frac{1}{4}$ uno y luego me pagan \$$15\frac{3}{16}$ ¿Cuánto tengo ahora?

$$8 \text{ x } 4\frac{1}{4} = \frac{8}{1} \text{ x } \frac{17}{4} = \frac{34}{1} = 34$$

$$9 \text{ x } 2\frac{1}{4} = \frac{9}{1} \text{ x } \frac{9}{4} = \frac{81}{4} = 20\frac{1}{4}$$

$$\frac{34}{1} + \frac{81}{4} = 33\frac{4}{4} + \frac{81}{4} = 33\frac{85}{4}$$

$$54\frac{2}{3} - 33\frac{85}{4} = 54\frac{2}{3} - 54\frac{1}{4} = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{12} + 15\frac{3}{16} = 15\left[\frac{5}{12} + \frac{3}{16}\right] = 15\left[\frac{20}{48} + \frac{9}{48}\right] \overset{R}{=} 15\frac{29}{48}$$

PROBLEMA 7.

Si de una soga de 40 metros de longitud se cortan tres partes iguales de $5\frac{2}{3}$ metros de longitud. ¿Cuánto falta a lo que queda para tener $31\frac{5}{8}$ metros?

Solución

$$3 \times 5\frac{2}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{1} \times \frac{17}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{17}{1} = 17$$

$$40 - 17 = 23, \qquad 31\frac{5}{8} - 23 = {}^{R}8\frac{5}{8}$$

El lenguaje acompaña a la actividad práctica en el desarrollo intelectual superior.

A esta altura del taller , en el que se ve que el niño ha tenido un dominio absoluto de cada problema y lo ha resuelto de manera contundente, es muy notorio la ausencia absoluta de lenguaje. Esto no significa que el niño no tenga lenguaje; lo que ha hecho falta es estimularlo para que lo utilice. Así que el profesor le propone al niño que vuelva a trabajar el problema anterior y que escriba todo su pensamiento alrededor de cada acción que realice o planee realizar en la solución del problema.

Solución independiente con lenguaje

Veamos lo que fue capaz de hacer el pequeño teniendo en cuanta únicamente la sugerencia del profesor de acompañar cada acción con el lenguaje:

En una soga hay: 40 mts. long.

Para saber la pregunta breve que nos haremos " ¿Cuánto falta a lo que queda para tener $31\frac{5}{8}$ *metros?, realizamos una resta entre lo que hay en una soga "40 mts" y lo que se corta "17 mts". El resultado que tendremos es el total que nos queda de la soga, veamos:*

$$40 – 17 = 23;$$

lo que queda de la soga: 23 mts.

Ya sabemos lo que queda de la soga: "23mts", mas todavía nos falta descubrir qué es lo que falta para tener $31\frac{5}{8}$ *metros. Profundizándonos en este problema nos damos cuenta que para saber esto, realizamos una breve resta entre nuestro objetivo que es* $31\frac{5}{8}$ *y lo que queda de la soga, "23 mts", con este resultado terminamos este problema, veamos:*

$$31\tfrac{5}{8} - 23 = \tfrac{253}{8} - \tfrac{23}{1} = \tfrac{253-184}{8} = \tfrac{69}{8} = 8\tfrac{5}{8} \textit{ mts}$$

$8\frac{5}{8}$ *es lo que nos falta para tener* $31\frac{5}{8}$. *Esto era lo que queríamos demostrar.*□

¿Qué vemos en esta nueva solución?

Es notorio la integración entre lenguaje y acción. Vemos cómo el lenguaje gobierna la actividad práctica, lo cual es un indicativo de desarrollo mental en el niño. En esta tarea también podemos observar claridad de pensamiento, desarrollo de lenguaje y capacidad de análisis. Claridad de pensamiento: claridad respecto de lo que tiene que hacer y cómo hacerlo; lenguaje necesario para describir cada acción en un estilo sencillo y muy agradable; y yo diría que hasta dulce. Capacidad de análisis: claridad para relacionar las partes, separarlas y volverlas a unir, y su relación de consecuencias.

El profesor le enseña al pequeño a utilizar el lenguaje en su actividad práctica.

Sin embargo, el lenguaje matemático es exacto y muy sucinto; entre menos palabras se utilicen, y más preciso sea, mucho mejor. Así que se hace necesario que el niño aprenda a escribir al estilo matemático. Para esto, el profesor le sugiere al niño que cada operación que él haga la acompañe de lenguaje, procurando no utilizar muchas palabras. Como ejemplo, el profesor retoma la solución del problema 2, y a cada operación que el pequeño ha hecho, él le antepone lenguaje. Veamos:

PROBLEMA 2.

Un reloj adelanta $\frac{3}{7}$ de minuto en cada hora. ¿Cuánto adelantará en 5 horas; en medio día; en una semana?

Solución independiente sin lenguaje:

$$\frac{3}{7}\times 5 = \frac{3}{7}\times\frac{5}{1} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{7}\times 12 = \frac{3}{7}\times\frac{12}{1} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$$
$$\frac{3}{7}\times 24\times 7 = \frac{3}{7}\times\frac{24}{1}\times\frac{7}{1} = \frac{72}{1} = 72$$

Respuesta : $2\frac{1}{7}$ min; $5\frac{1}{7}$ min; 72 min. O 1h 12 min.

Solución sugerida por el profesor:

Lo que un reloj adelantará en 5 horas: $\frac{3}{7}\times 5 = \frac{3}{7}\times\frac{5}{1} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$

Lo que un reloj adelantará en medio día: $\frac{3}{7}\times 12 = \frac{3}{7}\times\frac{12}{1} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$

Lo que un reloj adelantará en una semana $\frac{3}{7}\times 24\times 7 = \frac{3}{7}\times\frac{24}{1}\times\frac{7}{1} = \frac{72}{1}$
$= 72$

Respuesta : $2\frac{1}{7}$ *min;* $5\frac{1}{7}$ *min; 72 min. O 1h 12 min.*

PROBLEMA 3.

Tengo \$86. Si compro 3 libros de a \$$1\frac{1}{8}$ cada uno y seis objetos de a \$$\frac{7}{8}$ cada uno, ¿Cuánto me queda?

Solución independiente sin lenguaje:

$$3\times 1\frac{1}{8} = 3\times\frac{9}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$$
$$6\times\frac{7}{8} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1}\times\frac{7}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

$$3\frac{3}{8} + 5\frac{1}{4} = \frac{27}{8} + \frac{21}{4} = \frac{27 + 42}{8}$$

$$= \frac{69}{8} = 8\frac{5}{8}$$

$$86 - 8\frac{5}{8} = 85\frac{8}{8} - 8\frac{5}{8} = 77\frac{3}{8}$$

Respuesta : me queda \$ $77\frac{3}{8}$

Solución sugerida por el profesor:

*Tres libros de \$*$1\frac{1}{8}$ *cada uno cuestan* $3\times 1\frac{1}{8} = 3\times\frac{9}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

6 objetos de a \$ $\frac{7}{8}$ cada uno cuestan $6\frac{7}{8} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1}\times\frac{7}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$

sumando los dos resultados obtengo $3\frac{3}{8} + 5\frac{1}{4} = \frac{27}{8} + \frac{21}{4} = \frac{27}{8} + 42$

$$= \frac{69}{8} = 8\frac{5}{8}$$

restando este resultado a lo que tengo: $86 - 8\frac{5}{8} = 85\frac{8}{8} - 8\frac{5}{8} = 77\frac{3}{8}$

que era lo que queríamos demostrar.

Respuesta : me queda \$ $77\frac{3}{8}$

¿Qué vemos en la solución sugerida por el profesor?

Por medio de este ejemplo el profesor le enseña al pequeño a utilizar el lenguaje para acompañar cada operación que realiza en la solución del problema. Obsérvese que el pequeño no tiene que inventarse el lenguaje o rebuscárselo, porque éste ya existe y está formulado de manera explícita en el enunciado del problema. Con esta ayuda tan sencilla, el pequeño pudo resolver de modo absolutamente independiente el resto de problemas del EJERCICIO 139. Veámoslo:

PROBLEMA 8.

8. Si compro 10 libros de a $\$\frac{4}{5}$ uno y entrego en pago 2 metros de tela de a $\$1\frac{5}{8}$ el metro. ¿Cuánto debo?

compro $10 \times \frac{4}{5} = 2 \times 4 - 8$

entrego en pago $2 \times 1\frac{5}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{1} \times \frac{13}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{13}{4}$

Debo $\frac{8}{1} - \frac{13}{4} = \frac{32-13}{4} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$

PROBLEMA 9.

Compré 16 caballos $\$\ 80\frac{1}{5}$ uno y los vendí a $\$90\frac{3}{10}$ uno. ¿Cuánto gané?

Solución :

valor de los 16 caballos : $16 \times 80\frac{1}{5} = 1280\frac{1}{5}$

valor de la venta : $16 \times 90\frac{3}{10} = 1440\frac{3}{10}$

gané : $1440\frac{3}{10} - 1280\frac{1}{5} = 1440\frac{3}{10} - 1280\frac{2}{10} = {}^{R}160\frac{1}{10}$

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{10} = \frac{1}{10}$$

PROBLEMA 10.

A $\$\frac{11}{10}$ el saco de naranjas. ¿Cuánto pagaré por tres docenas de sacos?

Solución:

El saco de naranjas vale : $\$\ \frac{11}{10}$

Tres docenas de sacos son : $3 \times 12 = 36$

Cuánto pagaré por tres docenas de sacos:

$$\frac{11}{10} \times 36 = \frac{11}{\underset{5}{\cancel{10}}} \times \frac{\overset{18}{\cancel{36}}}{1} = \frac{198}{5} = 39\frac{3}{5}$$

PROBLEMA 11.

Tenía \$ 40 y gasté los $\frac{3}{8}$. ¿Cuánto me queda?

Solución :

Cuanto gasté : $\frac{3}{\cancel{8}_{1}} \times \overset{5}{\cancel{40}} = 15$

Cuanto me queda : $40 - 15 = 25$

PROBLEMA 12.

Si tengo \$ 25 y hago compras por los $\frac{6}{5}$ de esta cantidad, ¿cuánto debo?

Solución :

Tengo \$ 25

De esta cantidad compro $\frac{6}{5}$: $\overset{5}{\cancel{25}} \times \frac{6}{\cancel{5}} = 30$

Debo $30 - 25 = {}^{\$}5$

PROBLEMA 13.

Un hombre es dueño de los $\frac{3}{4}$ de una goleta y vende $\frac{8}{11}$ de su parte. ¿Qué parte de la goleta ha vendido?

Solución:

Le pertenece $\frac{3}{4}$ *de una goleta.*
Vende $\frac{3}{11}$ *de su parte.*
Qué parte de la goleta ha vendido? Para saber esto hacemos una multiplicación entre lo que le pertenece $\frac{3}{4}$ *y lo que vende* $\frac{3}{11}$ *:*

$$\frac{3}{4} x \frac{3}{11} = \frac{9}{44}.$$

Esta es la parte de la goleta que ha vendido, y esto era lo que queríamos demostrar.

PROBLEMA 14.

Si me deben una cantidad igual a los $\frac{7}{8}$ de \$ 96 y me pagan los $\frac{3}{4}$ de lo que me deben, ¿cuánto me deben aún?

Solución :

me deben : $\frac{7}{\underset{1}{\cancel{8}}} \times \overset{12}{\cancel{96}} = 84$

me pagan : $\frac{3}{4} \times \overset{21}{\cancel{84}} = 63$

finalmente me deben : $84 - 63 = 21$

PROBLEMA 15.

Un hombre es dueño de los $\frac{2}{5}$ de una finca y vende $\frac{1}{2}$ de su parte. ¿Qué parte de la finca le queda?

Solución:

Le pertenece $\frac{2}{5}$ *de una finca.*

vende $\frac{1}{2}$ *de su parte* : $\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{5} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{1}{5}$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ *esta es la parte que le queda de la finca*

PROBLEMA 16.

Un mechero consume $\frac{3}{4}$ Kgs. de aceite por día. ¿Cuánto consumirá en $\frac{5}{6}$ de día?

Solución:

Esto es lo que consume por día: $\frac{3}{4}$
Y esto es lo que consumirá en $\frac{5}{6}$ *de día:* $\frac{3}{4} x \frac{5}{6} = \frac{5}{8}$. *R.* $\frac{5}{8}$

PROBLEMA 17.

Si un auto anda 60 Kms. por hora, ¿cuánto andará en $\frac{3}{5}$ *,en* $\frac{1}{8}$ *, en* $\frac{2}{11}$ *y en* $\frac{7}{9}$ *de hora?*

Solución :

esto es lo que un auto anda por hora : 60 Kms.

esto andará en $\frac{3}{5}$ *de hora* : $\overset{12}{\cancel{60}} \times \frac{3}{\cancel{5}} = 36;$ *en* $\frac{1}{8}$ *de hora:*

$\overset{15}{\cancel{60}} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$; *en* $\frac{2}{11}$ *por hora:* $60 \times \frac{2}{11} = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11}$;

en $\frac{7}{9}$: $\overset{20}{\cancel{60}} \times \frac{7}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{140}{3} = 46\frac{2}{3}$

PROBLEMA 18.

Un obrero ajusta una obra en \$200 y hace los $\frac{7}{20}$ de ella. ¿Cuánto recibirá?

Solución:

Recibe $\frac{7}{\underset{1}{\cancel{20}}} \times \frac{\overset{10}{\cancel{200}}}{1} = 70$

PROBLEMA 19.

Un obrero ajusta una obra en \$300 y ya ha cobrado una cantidad equivalente a los $\frac{11}{15}$ de la obra. ¿Cuánto le falta por cobrar?

Solución :

ha cobrado $\frac{11}{\cancel{15}} \times \frac{\overset{20}{\cancel{300}}}{1} = 220$

le falta por cobrar $300 - 220 = {}^{\$}80$

PROBLEMA 20.

¿Cuántos litros hay que sacar de un tonel de 560 litros para que queden en él los $\frac{6}{7}$ del contenido?

lo que queda : $\frac{7}{\cancel{11}} \times \overset{60}{\cancel{660}} = 420$

lo que saco $660 - 420 = \overset{R}{240}$

PROBLEMA 21

La edad de María es $\frac{1}{2}$ de los $\frac{2}{3}$ de la de Juana. Si ésta tiene 24 años, ¿cuántos tiene María?

Solución:

Edad de María: $\frac{1}{2} x \frac{2}{3} x\ 24 = 8$ *años.* *R. 8*

PROBLEMA 22.

Me deben los $\frac{3}{4}$ de \$ 88. Si me pagan los $\frac{2}{11}$ de \$ 88, ¿cuánto me deben?

Solución :

Me deben $\frac{3}{\cancel{4}} \times \overset{22}{\cancel{88}} = 66$

Me pagan $\frac{2}{\underset{1}{\cancel{11}}} \times \overset{8}{\cancel{88}} = 16$

Me deben $66 - 16 = \overset{R}{50}$

PROBLEMA 23.

En un colegio hay 324 alumnos y el número de alumnas es los $\frac{7}{18}$ del total. ¿Cuántos varones hay?

Solución:

Alumnos en el colegio : 324

número de alumnas: $\frac{7}{\cancel{18}} \times \overset{18}{\cancel{324}} = 126$

número de varones : $324 - 126 = 198$ R

PROBLEMA 24

De una finca de 20 hectáreas, se venden los $\frac{2}{5}$ y se alquilan los $\frac{3}{4}$ del resto. ¿Cuánto queda?

Solución :

se venden : $\dfrac{2}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \overset{4}{\cancel{20}} = 8$ *resto*: $20 - 8 = 12$

se alquila : $\overset{3}{\cancel{12}} \times \dfrac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}} = 9$ *queda* $12 - 9 \overset{R}{=} 3$ *hectáreas*

El lenguaje es parte esencial de la ayuda que el profesor le ofrece al pequeño en la zona de desarrollo próximo.

El profesor le ayuda con el lenguaje. El niño, por estar en la fase de la inteligencia práctica, solo tiene actividad. El niño maneja muy bien la parte operativa y sabe con certeza lo que está haciendo, pero, por completo, no se le ocurre utilizar el lenguaje. No es que carezca del lenguaje, sino que no se le ocurre utilizarlo. Entonces, el trabajo del profesor es estimularlo para que utilice el lenguaje; para ello, le enseña a utilizar el lenguaje, es decir, a hablar mientras actúa, que es lo natural en el ser humano. Debido a que el niño posee el lenguaje implicado en este taller, él puede seguir las sugerencias del profesor e imitarlo.

¿Qué es matemáticamente un ZDP?

En este taller vemos los dos elementos fundamentales que determinan la zona de desarrollo próximo como método de enseñanza. Por un lado está la ayuda que ofrece el profesor y, por otro, el proceso imitativo que realiza el estudiante. Estos dos elementos determinan el aumento de inteligencia que el pequeño ha ganado en este taller. Este incremento de inteligencia es un ZDP. De acuerdo a la definición de zona de desarrollo próximo, un ZDP es la distancia entre el nivel de desarrollo potencial y el nivel de desarrollo real. Recordemos estas definiciones:

- Nivel de desarrollo potencial es el nivel evolutivo determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz .

- Nivel de desarrollo real es el nivel evolutivo real determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema.

Matemáticamente,

un ZDP = Nivel de desarrollo potencial – Nivel de desarrollo real.

Claramente esto es un incremento.

En la práctica, este taller es un ZDP, puesto que representa un aumento de conocimiento matemático que el pequeño ha logrado de forma independiente pero con cierta ayuda del profesor.

ASPECTOS DEL NIVEL REAL DE DESARROLLO Y DE LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO QUE PODEMOS VER EN EL TALLER No. 1

El pequeño Santiago pudo resolver el Taller N*o*1 debido a su dominio absoluto de los siguientes aspectos de la multiplicación:

Multiplicación de quebrados; multiplicación de números mixtos; multiplicación de entero, mixto y quebrado; Fracción de fracción; Fracción de una fracción a fracción simple; Fracciones múltiples.

Estos aspectos de la multiplicación son las funciones psicológicas de la multiplicación. Veamos en qué momento estas funciones están en estado embrionario; en qué momento son funciones en estado de formación y cuándo han madurado plenamente.

Del nivel real de desarrollo: el nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño, establecido como resultado de ciertos ciclos evolutivos llevados a cabo.

Cada una de estas funciones de la multiplicación fueron, primeramente, instaladas, luego activadas y finalmente desarrolladas en el interior del nivel evolutivo del niño. Todos estos procesos se llevaron a cabo mediante talleres utilizando el método de la zona de desarrollo próximo. Cuando el pequeño está estudiando estas operaciones o éstas están siendo internalizadas, tenemos las funciones en estado embrionario; cuando han sido instaladas, activadas y están desarrollándose, tenemos las funciones en estado de formación; y cuando estos procesos, para cada uno de estos aspectos de la multiplicación, se han llevado a cabo, tenemos las funciones que han madurado. El hecho de poder hacer todos los veinticuatro problemas del taller de modo absolutamente independiente indica que estas funciones mentales de la multiplicación han alcanzado su plena madurez en el pequeño. Esto es el nivel real de desarrollo, es decir, el nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño, establecido como resultado de ciertos ciclos evolutivos *llevados a cabo*. Recordemos que si un niño es capaz de realizar esto o aquello de modo independiente, significa que las funciones para tales cosas han madurado en él. De esta manera podemos ver en las funciones de la multiplicación un ejemplo concreto de funciones mentales de un niño que han alcanzado su plena madurez. Este taller también nos proporciona un ejemplo de cómo los procesos evolutivos de aprendizaje se convierten en los procesos evolutivos de desarrollo. Es fácil ver esto: en un principio el pequeño podía hacer estas operaciones pero con la ayuda del profesor y mediante la imitación; esto es aprendizaje. Luego, él las puede hacer independientemente. Esto es nivel real de desarrollo.

De la zona de desarrollo próximo:

En el primer capítulo vimos que la zona de desarrollo próximo, determinada por los problemas que los niños no pueden resolver por sí solos, sino únicamente con la ayuda de alguien, define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su madurez y que ahora se encuentran en estado embrionario. En el párrafo precedente vimos que cuando el niño estaba estudiando cada uno de los aspectos de la multiplicación, sus funciones se encontraban en estado embrionario, o sea, en el momento de la internalización y activación del conocimiento externo y las aptitudes de los niños, lo que se hizo con la ayuda del profesor. Todo esto indica que es en la etapa de estudio cuando entra en acción la zona de desarrollo próximo. De hecho, el pequeño no estudió completamente solo; para el estudio de cada aspecto de la multiplicación siempre recibió alguna ayuda del profesor, ayuda que fue fundamental para este aprendizaje específico sin el cual no hubiera podido desarrollar el taller; lo que nos hace ver con claridad que el proceso evolutivo va a remolque del proceso de aprendizaje

Otro rasgo esencial de la zona de desarrollo próximo que este taller nos confirma es que el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar sólo cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante y que, una vez se han internalizado estos procesos, se convierten en parte de los logros evolutivos independientes del niño. Recordemos que la ayuda que le brindó el profesor fue muy sencilla; consistió en ponerle lenguaje a la solución de uno de los problemas que él ya había resuelto, para que el niño hiciera lo mismo con el resto de los problemas. El niño aprendió fácilmente las sugerencias del profesor y pudo desarrollar todo el taller con mucha facilidad. Con esta ayuda el profesor logró despertar y provocar en el niño ciertos procesos presentes en el interior de su nivel evolutivo de modo que pudiera resolver los problemas conforme a las condiciones de la tarea exigidas por él.

Todo lo anterior nos confirma de cómo el aprendizaje organizado se convierte en desarrollo mental y pone en marcha una serie de procesos evolutivos que no podrían darse nunca al margen del aprendizaje.

TALLER No. 2

EJERCICIOS SOBRE NOTACIÓN ALGEBRAICA

Con las cantidades algebraicas, representadas por letras, pueden hacerse las mismas operaciones que con los números aritméticos. Como la representación de cantidades por medio de símbolos o letras suele ofrecer dificultades a los alumnos, ofrecemos a continuación algunos ejemplos.

EJEMPLOS

(1) Escríbase la suma del cuadrado de *a* con el cubo de b.

$$a^3 + b^3\text{. R.}$$

(2) Un hombre tenía $*a;* después recibió $8 y después pagó una cuenta de $c.

¿Cuánto le queda?

Teniendo $*a* recibió $8 luego tenía $(*a* + 8). Si entonces gasta $c le quedan $(*a* + 8 – c). R.

(3) Compré tres libros a $*a* cada uno; 6 sombreros a $b cada uno y m trajes a $x cada uno. ¿Cuánto he gastado?

3 libros a $*a* importan $3*a*.
6 sombreros a $b importan $6b.
m trajes a $x importan $mx.

Luego el gasto total ha sido de $(3*a* + 6b + mx). R.

(4) Compro x libros iguales por $m. ¿Cuánto me ha costado cada uno?

Cada libro ha costado $ $\frac{m}{x}$. R.

(5) Tenía $9 y gasté $x. ¿Cuánto me queda?

Me quedan $(9 – x). R.

EJERCICIO 13, ALGEBRA DE BALDOR

Los siguientes ejercicios los hizo el niño Santiago primero independientemente y luego los volvió a hacer imitando los ejemplos dados al comienzo del taller, también de forma independiente.

1. Escribe la suma de a, b y m.

- Solución independiente: $a + b + m$

2. Escribe la suma del cuadrado de m, el cubo de b y la cuarta potencia de x.

- Solución independiente: $m^2 + b^3 + x^4$

3. Siendo *a* un número entero, escribe los dos números enteros consecutivos posteriores a *a*.

- Solución independiente: $a, a + 1, a + 2$

4. Siendo x un número entero, escríbanse los dos números consecutivos anteriores a x.

- Solución independiente: $x - 2, x - 1, x$

5. Siendo Y un número entero y par, escríbanse los tres números pares consecutivos posteriores a Y.

- Solución independiente: *Y, Y + 2, Y + 4, Y + 6*

6. Pedro tenía $ *a,* cobró $ x y le regalaron $ m. ¿Cuánto tiene Pedro?

- Solución independiente:

$$a + x + m$$

- Solución imitando los ejemplos:

Si tenía Pedro $a, teniendo $a, después cobró $x y le obsequiaron $m entonces tendría ($ *a* + $ x + $ m).

7. Escríbase la diferencia entre m y n.

- Solución independiente: m – n

- Solución imitando los ejemplos:

La diferencia de m y n es m – n

8. Debía x bolívares y pagué 6. ¿Cuánto debo ahora?

- Solución independiente: *x – 6*

- Solución imitando los ejemplos:

Debía x bolívares, después pagué 6, por lo cual quedaría debiendo x – 6.

9. De una jornada de x Kms. ya se han recorrido m Kms. ¿ Cuánto falta por andar?

- Solución independiente: *x Kms – m Kms*

- Solución imitando los ejemplos:

Si se debe recorrer x km, y se han recorrido m km., nos faltaría por recorrer (x km – m km)

10. Recibo $ x y después $ *a. Si gasto $ m, ¿cuánto me queda?*

- Solución independiente: *x + a – m*

- Solución imitando los ejemplos:

Si recibí $ x y después $ a, tendría ($ x + $ a). Si gasté $ m,
me quedaría ($ x + $ a – $ m)

11. Tengo que correr m Kms. El lunes ando *a* Kms., el martes *b* Kms. y el miércoles *c* Kms. ¿Cuánto me falta por andar?

- Solución independiente: *(m Kms. – a Kms. – b Kms. – c Kms).*

- Solución imitando los ejemplos:

Tengo que correr m km.
El lunes ando a km
el martes b km
el miércoles c km

Si corrí (a km + b km + c km), me faltaría por andar
m km – (a km + b km + c km)

12. Al vender una casa en $ n gano $ 300. ¿Cuánto me costó la casa?

- Solución independiente: *(n – 300)*

- Solución imitando los ejemplos:

Si vendo una casa en $ n, gano $ 300; podríamos concluir que
la casa me costó ($ n – $300)

13. Si han transcurrido x días de un año, ¿cuántos días faltan por transcurrir?

- Solución independiente: *(365 – x)*

- Solución imitando los ejemplos:

Transcurrieron x días de un año, (365 – x) faltaría por transcurrir.

14. Si un sombrero cuesta $ *a*, ¿cuánto importarán 8 sombreros; 15 sombreros; m sombreros?

- Solución independiente: $ *a* 8, $ *a* 15, $ *a* m

- Solución imitando los ejemplos:

Un sombrero cuesta $ a:
8 sombreros cuestan ($ *a 8)*
15 sombreros cuestan ($ *a 15*)
m somb*reros cuestan* ($ *a m*)

15. Escríbase la suma del duplo de *a* con el triplo de *b* y la mitad de *c*.

- Solución independiente: $2a + 3b + \frac{c}{2}$
- Solución imitando los ejemplos:

Si el duplo de a es (2a), el triplo de b es (3b) y la mitad de c es $(\frac{c}{2})$*,*

entonces la suma sería $(2a + 3b + \frac{c}{2})$

16. Expresar la superficie de una sala rectangular que mide *a m.* de largo y *b m.* de ancho.

- Solución independiente: *a*x*b*

- Solución imitando los ejemplos:

Para saber la superficie de una sala rectangular debemos multiplicar largo por ancho: $a \times b\ m^2$

17. Una extensión rectangular de 23m. De largo mide nm de ancho. Expresar su superficie.

- Solución independiente: $23 \times n$

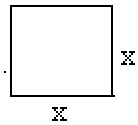
- Solución imitando los ejemplos:

Si mide de largo 23 m y n m de ancho, entonces tendríamos que multiplicar la largura por la anchura, es decir (23 m x nm) = 23nm ^{2}

18. ¿Cuál será la superficie de un cuadrado de xm. de lado?

- Solución independiente: $S = x \times x = x^2$

- Solución imitando los ejemplos: *Si los lados de un cuadrado miden xm, para saber la superficie, debemos multiplicar lado por lado: (xm xm =* $x^2 m^2$ *)*



19. Si un sombrero cuesta $*a* y un traje $*b*, ¿Cuánto importarán 3 sombreros y 6 trajes?, ¿ x sombreros y m trajes?

- Solución independiente: $a \times 3 + b \times 6;\ a\,x + b\,m$

- Solución imitando los ejemplos:

Si un sombrero cuesta $ a y un traje $ b, y se importara 3 sombreros, 6 trajes y x sombreros y m trajes, para saber cuanto nos costará, tendría que multiplicar el valor del producto por la cantidad que se importará y sumar: $a \times 3 + b \times 6$; $a\,x + b\,m$

20. Escríbase el producto de a + b por x + y.

- Solución independiente: $(a + b)(x + y)$

21. Vendo (x + 6) trajes a $8 cada uno. ¿Cuánto importa la venta?

- Solución independiente: $(x + 6)8$

- Solución imitando los ejemplos:

Tengo (x + 6) trajes a $8 cada uno, para contestar la pregunta ¿Cuánto importa la venta?, tengo que realizar una multiplicación: (x + 6)8 que es la venta total de los trajes.

22. Compro (*a* – 8) caballos a (x + 4) bolívares cada uno. ¿Cuánto importa la compra?

- Solución independiente: *(a – 8) (x + 4)*
- Solución imitando los ejemplos:

Como en el ejercicio anterior (21), debo hacer una multiplicación entre lo que compro y lo que costó cada caballo : (a – 8)(x + 4), puesto que la pregunta dice cuánto importa la compra?

23. Si *x* lápices cuestan 75 sucres; ¿cuánto cuesta un lápiz?

- Solución independiente: $\frac{75}{x}$
- Solución imitando los ejemplos:

Para saber cuánto cuesta un lápiz se realiza una división : $\left(\frac{75}{x}\right)$

24. Si por $*a* compro m kilos de azúcar, ¿ cuánto cuesta un kilo?

- Solución independiente: $\frac{\$a}{m}$

- Solución imitando los ejemplos:

Un kilo cuesta $\frac{a}{m}$*, porque si por $a compro m y para saber cuánto cuesta un kilo, tendríamos que hacer una división.*

25. Se compran (n – 1) caballos por 3000 colones. ¿Cuánto importa cada caballo?

- Solución independiente: $\frac{3000}{(n-1)}$ colones.
- Solución imitando los ejemplos:

Un caballo importa $\frac{3000}{(n-1)}$ *colones, porque si por 3000 colones se compran (n – 1) caballos y para saber cuánto importa un caballo, tendríamos que hacer una división.*

26. Compré *a* sombreros por x soles. ¿A cómo habría salido cada sombrero si hubiera comprado 3 menos por el mismo precio?

- Solución independiente: $\frac{x}{a-3}$

- Solución imitando los ejemplos:

Para saber cuánto costó cada sombrero tengo que hacer una división entre x soles y los sombreros comprados: $\frac{x}{a-3}$

27. La superficie de un campo rectangular es n m^2 y el largo mide 14m. Expresar el ancho.

- Solución independiente: $\frac{n}{14}$

- Solución imitando los ejemplos:

28. Si un tren ha recorrido x +1 Km. en *a* horas, ¿cuál es su velocidad por hora?

- Solución independiente: $\frac{x+1}{a}$
- Solución imitando los ejemplos:
  Recorrido de un tren: (x + 1 km),
  Tiempo en que lo recorrió: (a horas),
  Velocidad por hora: ($\frac{x+1}{a}$ km)

29. Tenía $*a* y cobré $b. Si el dinero que tengo lo empleo todo en comprar (m – 2) lib*ros*, ¿a cómo vale cada libro?

- Solución independiente: $\frac{a+b}{m-2}$

- Solución imitando los ejemplos:

Tenía \$a, luego cobré \$b, (\$a +\$b) lo empleo en comprar (m – 2) libros. Para saber cuánto sale cada uno realizo una división: $\frac{a+b}{m-2}$

30. En el piso bajo de un hotel hay x habitaciones. En el segundo piso hay doble número de habitaciones que en el primero; en el tercero la mitad de las que hay en el primero. ¿Cuántas habitaciones tiene el hotel ?

- Solución independiente:

$$x + 2x + \frac{x}{2}$$

- Solución imitando los ejemplos:

En el primer piso hay x habitaciones; en el segundo piso hay 2x habitaciones, en el tercer piso hay $\frac{x}{2}$ *habitaciones); total de habitaciones que tiene el hotel: (* $x + 2x + \frac{x}{2}$ *).*

31. Pedro tiene *a* sucres; Juan tiene la tercera parte de lo de Pedro; Enrique la cuarta parte del duplo de lo de Pedro. La suma de lo que tienen los tres es menor que 1000 sucres. ¿Cuánto falta a esta suma para ser igual a 1000 sucres?

- Solución independiente: $1000 – (a + \frac{a}{3} + \frac{2a}{4})$
- Solución imitando los ejemplos:

Pedro tiene a sucres; Juan tiene $\frac{a}{3}$*, Enrique tiene* $\frac{a}{2}$.

Para ser igual a 1000 sucres, faltaría $1000 – (a + \frac{a}{3} + \frac{a}{2})$.

Lo que establece el concepto de la zona de desarrollo próximo con respecto a la relación entre aprendizaje y desarrollo es la unidad, no la identidad, de los procesos de aprendizaje y los procesos de desarrollo interno. Ello presupone que los unos se convierten en los otros.

En este último segmento ilustrativo queremos mostrar cómo eventualmente los procesos de desarrollo interno pueden llegar a convertirse en procesos de aprendizaje.

Una idea concreta de estos procesos nos la da este último taller. No es difícil ver que la solución independiente en este taller corresponde a procesos de desarrollo interno y que la solución imitando los ejemplos del libro corresponde a procesos de aprendizaje. Está suficientemente claro que los procesos de aprendizaje se convierten en procesos de desarrollo, pues hemos visto que lo esencial del concepto de la zona de desarrollo próximo es que el desarrollo va a remolque del aprendizaje. Veamos ahora que el desarrollo también puede llegar a convertirse en aprendizaje. Para esto, necesitamos conocer la historia de cómo surge la segunda solución de este taller. Hemos dicho que el niño resolvió todo el taller de manera absolutamente independiente sin ayudas ni sugerencias del profesor. Debido a que esta solución carecía absolutamente de lenguaje, y como el objetivo del taller no era solamente la concreción (el pensamiento técnico) sino también el pensamiento abstracto, se le pidió al niño que volviera a resolver los problemas pero esta vez imitando los ejemplos dados al comienzo del taller, en otras palabras, que utilizara el lenguaje, con el fin de ver qué se podía obtener de este experimento. El resultado del experimento fue que el niño fue capaz de resolverlo independientemente sin ninguna ayuda del profesor y de forma muy rápida..

Resuelto el taller en sus dos versiones, podemos preguntarnos: ¿Qué diferencia hay entre las dos soluciones? Técnicamente las dos soluciones son idénticas; claramente la diferencia está en el lenguaje. En la primera solución vemos sólo actividad, acción, operaciones, o sea, pensamiento técnico; mientras que en la segunda solución vemos una conducta superior caracterizada por la presencia del lenguaje. Teóricamente, hay una gran distancia entre sus niveles de desarrollo. Sin embargo, en la práctica, no es así, debido a que tan pronto se le pidió al niño que resolviera el taller utilizando el lenguaje, él fue capaz de hacerlo y, como ya lo hemos dicho, de modo independiente y de una forma rápida. Esto se debió a que había desarrollo en el pequeño. Si no hubiera habido este desarrollo de lenguaje en el interior de su nivel evolutivo, el niño no hubiera podido aprender a solucionar estos problemas como lo requería el profesor y de forma tan rápida. Aquí hay tres cosas indiscutibles que han ocurrido y que conviene que las señalemos: primero, que hubo aprendizaje. Segundo, que sin desarrollo no hubiera sido posible este aprendizaje. Tercero, que el aprendizaje fue instantáneo: lo que en un momento dado era desarrollo, instantes después era aprendizaje. No podemos ver en qué momento se convierte el desarrollo en aprendizaje, lo que si alcanzamos a visualizar es la unidad de estos dos procesos.

Lo anterior nos ilustra acerca de que puede darse el caso de que procesos de desarrollo se conviertan en procesos de aprendizaje. En el primer taller vimos el caso en que los procesos evolutivos del aprendizaje se convierten en los procesos evolutivos del desarrollo [Este es el rasgo esencial del concepto de la zona de desarrollo próximo]. Estas influencias recíprocas entre estos dos procesos nos muestran la unidad de los procesos de aprendizaje y los procesos de desarrollo interno, y que los unos se convierten en los otros.

En el anterior segmento ilustrativo se verificó en la práctica que en la zona de desarrollo próximo el desarrollo va a remolque del aprendizaje. Ahora hemos 'visto' que el desarrollo puede convertirse en aprendizaje. ¿Planteará esto alguna inconsistencia, ambigüedad, imprecisión o confusión?

Como conclusión, y para precisar más acerca de estos aspectos de la relación entre desarrollo y aprendizaje, diremos que, en los niños, el desarrollo no sigue nunca al aprendizaje escolar del mismo modo que una sombra sigue al objeto que la proyecta. En la actualidad, existen unas relaciones dinámicas altamente complejas entre los procesos evolutivo y de aprendizaje, que no pueden verse cercadas por ninguna formulación hipotética invariable.