

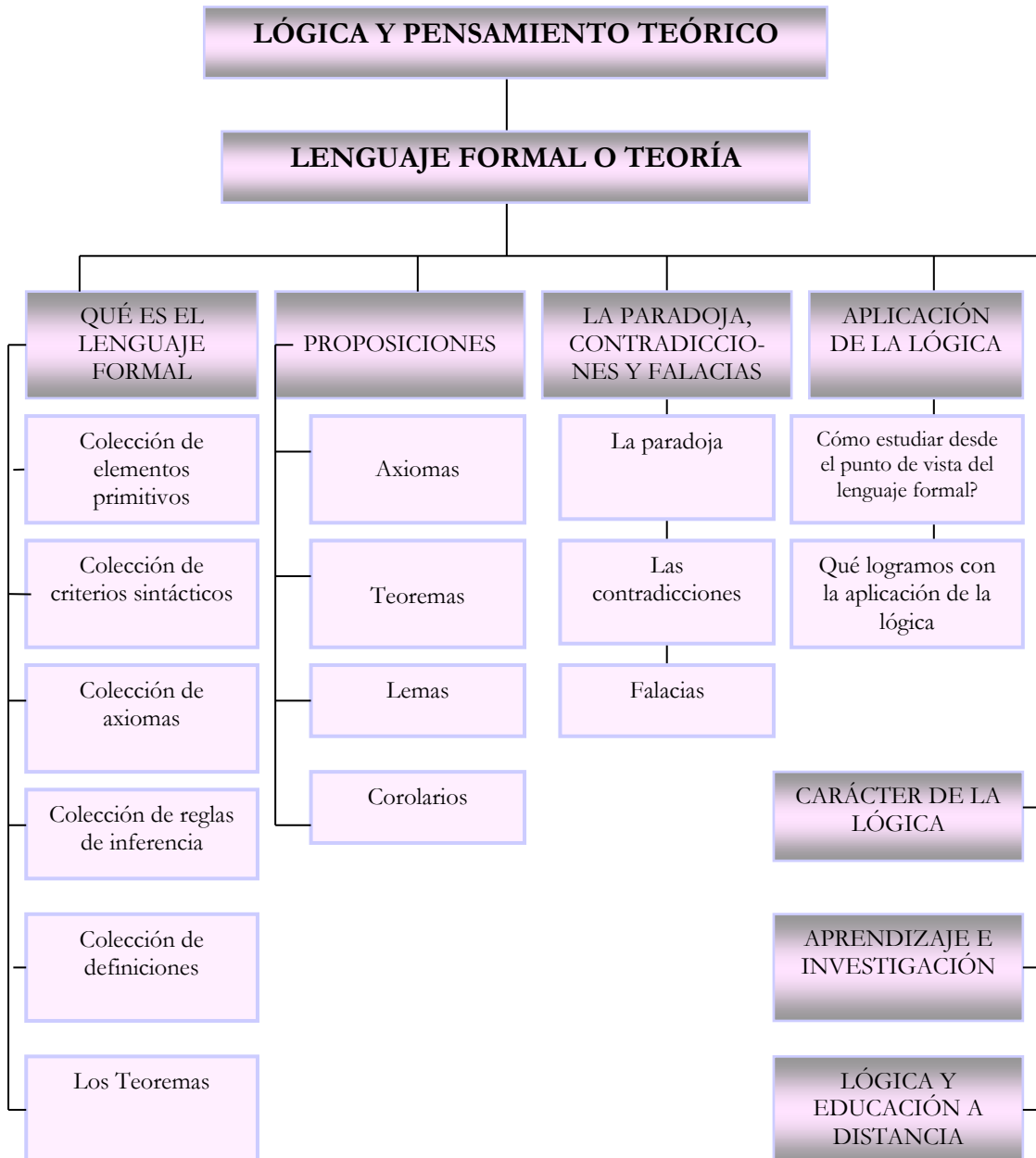
LÓGICA Y PENSAMIENTO TEÓRICO

“Una característica especial de la percepción humana que emerge en una edad muy temprana es la percepción de objetos reales. No existe analogía alguna para este rasgo en la percepción animal. Con ello quiero decir que yo no veo el mundo simplemente con colores y formas, sino que también percibo el mundo con sentido y significado. Yo no veo simplemente una cosa redonda y negra con dos manecillas, sino que veo un reloj y puedo distinguir perfectamente una manecilla de la otra. Algunos pacientes con lesiones cerebrales, al ver un reloj, dicen que tienen ante sus ojos una cosa redonda y blanca con dos delgadas listas de acero, pero no saben que es un reloj; estas personas han perdido su conexión real con los objetos. Dichas observaciones nos indican que toda percepción humana consiste en percepciones categorizadas más que en percepciones aisladas.” **Vygotski**

A través de un examen riguroso de la actividad científica, la lógica descubre el modo como se efectúa el proceso de elaboración de la ciencia y las leyes que lo gobiernan. La lógica es la disciplina que satisface la necesidad de indagar cuáles son las leyes que rigen el proceso de adquisición del conocimiento y de formularlas explícitamente. El conjunto de conocimientos adquiridos y sistematizados mediante sus relaciones lógicas, es la base en la que se apoya el avance ulterior de la investigación científica. El aprendizaje de una disciplina se efectúa mediante un procedimiento lógico que permite al estudiante seguir la trama de los conocimientos elaborados y conectados sistemáticamente.

Este capítulo se inicia con la definición descriptiva de lo que es un lenguaje formal o teoría, ilustrando con ejemplos muy prácticos e interesantes cada uno de sus elementos constitutivos. Luego procede a establecer una primera clasificación entre las proposiciones. Seguidamente trata el problema de la significación y su relación con un lenguaje formal o teoría. Se discute la inconveniencia de la definición de axioma como una verdad evidente por sí misma, muy frecuente en la literatura matemática, antes de abordar el tema formalmente. Se definen marco de referencia o sistema básico de razonamiento, teoremas, lemas y corolarios. Se estudia el importante tema de la paradoja, su origen y sus funciones. Finalmente, se tendrá el tema de las contradicciones y las falacias, y sus relaciones con las paradojas.

Teniendo claro estos conceptos podemos indagar por el papel o funciones que estos desempeñan en la construcción y desarrollo de una teoría, y cuáles sus funciones en la edificación de un pensamiento teórico en los jóvenes estudiantes.



► Lenguaje formal o teoría.

Diremos, en términos muy generales, que un lenguaje formal o teoría está constituido por los siguientes seis componentes:

◆ **Una colección de elementos primitivos**, a partir de los cuales se podrán construir elementos más complejos. Los elementos primitivos sólo pueden ser descritos o especificados; no es posible definirlos propiamente, puesto que en caso de intentarlo sería preciso disponer de elementos aún más primitivos y estos estarían en la misma situación. Entonces caeríamos en un cuento de nunca acabar. Las letras de nuestro lenguaje escrito desempeñan el papel de tales elementos primitivos, al igual que los fonemas del lenguaje hablado, las piezas y el tablero de un juego de ajedrez; los jugadores, el balón y la cancha de un juego de fútbol; las barajas de un juego de naipes; los números, la suma, el producto y la relación de orden en el sistema de los números reales...

◆ **Una colección de criterios sintácticos o reglas de recurrencia**, según los cuales es permisible o correcto construir elementos compuestos o fórmulas del lenguaje a partir de los elementos primitivos.

Reglas y criterios de esta índole son los que nos dicen cómo se forma una mano de póquer, un equipo de fútbol o un equipo de relevos. Desde este punto de vista, podríamos considerar al diccionario de una lengua, por ejemplo el de la Real Academia Española, como esa colección de criterios – uno por cada palabra – según los cuales es correcto generar a partir de las letras del lenguaje, los elementos complejos más simples: las palabras de dicho lenguaje. Así, encontramos que en el lenguaje castellano es correcto construir con las letras a, c, e, f, i, l, n, r, u la palabra “influir” e incorrecto construir la palabra “influnciar”, que es un galicismo.

Analógicamente, la regla de recurrencia en un Estado, visto como un lenguaje formal cuyos elementos primitivos son sus ciudadanos y su territorio, es el criterio aceptado para sancionar la forma “legal” de reproducción. Si ésta es el matrimonio, los elementos complejos de primer orden son las familias; si es la promiscuidad, los elementos complejos más sencillos serán las tribus.

♦ **Una colección de axiomas del lenguaje**, que pueden interpretarse como las reglas del juego en cuestión, es decir, cómo se organizan aquellos principios generales que se refieren a cualidades o propiedades que tienen los elementos primitivos o compuestos del lenguaje, y que aceptamos tácitamente, sin discusión, al iniciarnos en un juego determinado.

Así por ejemplo, desde el punto de vista teórico, un Estado tiene como elementos primitivos a sus ciudadanos y su territorio; los axiomas de la teoría de ese Estado son los principios contenidos en su Constitución, en los cuales se hace referencia a dichos elementos primitivos: condiciones para ser ciudadanos, gobernantes, para que una parte del territorio constituya un departamento, municipio, una ciudad, una inspección etc.

Son axiomas en el juego de ajedrez las reglas que se refieren al tablero y a la disposición inicial de cada pieza; por ejemplo aquellas que establecen que la casilla de la esquina inferior derecha del tablero ha de ser blanca; que la reina queda en el cuadro central de su mismo color, etc. Asimismo, son axiomas las reglas del póquer, las de la canasta uruguaya y las del dominó. También lo son las reglas del fútbol que determinan la posición inicial de cada jugada, las dimensiones de la cancha y que prohíben usar las manos en ciertas jugadas.

♦ **Una colección de reglas de inferencia o de deducción.**

Éstas —junto con los axiomas determinan el juego o el lenguaje— se refieren, en general, a criterios que nos permiten deducir o inferir si un elemento compuesto de nuestro lenguaje es consecuencia inmediata, necesaria o indispensable de otro u otros elementos del lenguaje.

Por ejemplo, en ajedrez, una consecuencia inmediata, evidente o indiscutible que mi rey haya sido puesto en jaque por un peón del contrincante, es que no me puedo comer la reina de éste con mi alfil; tengo que mover mi rey o comer el peón que me afecta.

En general, son reglas de inferencia de un juego todas aquellas que nos instruyen respecto de la forma aceptada de jugarlo. Los axiomas, por decirlo de alguna manera, definen o precisan la naturaleza de los elementos del juego, el lenguaje o la teoría; las reglas de inferencia nos informan cómo

se juega con esos elementos ya definidos, caracterizados o tipificados por los axiomas.

El que los ases tengan más valor que las demás barajas, y las tercias ganen a los pares, son reglas de inferencia del póquer. “Dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí”; la ley del tercero excluido y la regla que afirma que si a cosas iguales les agregamos otras iguales obtenemos cosas iguales, son reglas de inferencia o de deducción de la lógica y de la aritmética. Gran parte de los preceptos constitucionales constituyen reglas de inferencia.

♦ **Una colección de definiciones**, por medio de las cuales es posible abreviar las expresiones o elementos compuestos de nuestro lenguaje.

Por ejemplo: “un full es un elemento compuesto formado por una tercia y un par”, es una definición del póquer. “Un municipio es el conjunto de cierto número mínimo de ciudadanos dentro de una extensión determinada del territorio nacional, siempre y cuando satisfagan tales y cuales condiciones”, es una definición constitucional. “Un polinomio de grado n , con coeficientes reales, es cualquier expresión de la forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

donde $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, x$ representan números reales; a_n no es cero y n puede ser cualquier número de la forma 0, 1, 2, 3,... etc.”; ésta es una definición dentro del sistema de los números reales. Notemos que, en todo caso, las definiciones no introducen nuevos elementos del lenguaje; únicamente abrevian o permiten sintetizar algunas expresiones que aparecen frecuentemente en él. Así, la definición de full no ofrece algún método para lograr tal jugada; simplemente abrevia la expresión “as, as, as, rey, rey”, en lugar de la cual podemos escribir: “full de ases y de reyes”.

♦ Finalmente encontramos el último componente de una teoría o un lenguaje: los teoremas.

En general, podríamos decir que los teoremas de una teoría o un lenguaje son aquellos conocimientos acerca de los cuales podemos afirmar que son verdaderos o falsos, apoyándonos para ello en los axiomas de la teoría y en sus reglas de inferencia. Es decir, los teoremas constituyen, por decirlo así, el cuerpo, el contenido propiamente dicho de una teoría; son las proposiciones que integran un campo determinado del conocimiento; aquella parte que logramos encerrar en el perímetro de nuestros axiomas o, en otras palabras, es aquella parte del universo que logramos pescar con la

red de nuestros axiomas y que constituirá el campo del conocimiento de una teoría determinada.

Son teoremas todas las jugadas que llevamos a cabo en un juego, apoyadas en los axiomas y reglas de inferencia; por ejemplo: que un full de ases y reyes le gana a cualquier otro full en el póquer, es un teorema de éste juego, deducción de sus axiomas y reglas de inferencia. El código penal es un conjunto de teoremas deducidos de la Constitución. La ciencia agrícola, los conocimientos de la medicina, de la sociología, de la astronomía, o de cualquier otra ciencia son, precisamente teoremas de estas teorías o lenguaje.

► **Proposiciones: axiomas, teoremas, lemas, corolarios**

Procederemos ahora a establecer una primera clasificación entre las proposiciones. Todos hemos experimentado en algún momento de nuestra vida la desagradable sensación que no se entienda lo que queremos decir aunque, según nosotros, nos estemos expresando con claridad; o peor aún, cuando habiendo dicho una cosa se entiende otra completamente distinta. En la mayoría de los casos, la razón de estos fenómenos radica en el hecho que no nos hemos puesto suficientemente de acuerdo respecto del significado de nuestras palabras, y por ello una misma expresión o palabra puede acarrear significado agradable o preciso para algunos; para otros, en cambio, puede ser incomprensible, ofensivo, confuso, etc. Nótese que el significado de nuestras palabras no es el mismo en el tiempo y en el espacio; por ejemplo: actualmente es incorrecto “truje” (en vez de “traje”), y hace algún tiempo sí era correcto; de la misma manera, una palabra como “bolillo” tiene un significado en la ciudad de México, muy distinto al que le dan los mexicanos que viven en los Estados Unidos de América o al que le damos en Colombia. ¿Cuál es el caso, en este ejemplo?

Asimismo, muchas proposiciones que son verdaderas en un lugar o momento determinados, no lo son en otros; y esto, sin duda, también nos ha ocasionado conflictos. Otra fuente de problemas es la facilidad con que suele cambiar, según la conveniencia de los demás, las bases en las que se apoya la validez de muchos de nuestros actos o la ambigüedad misma de estas bases, razones por las que caemos frecuentemente en confusiones. Es claro que esta situación, aunada a los infinitos idiomas y dialectos que se hablan en el mundo, ha hecho sumamente difícil el fenómeno de la

comunicación en los seres humanos. Ahora bien, por el contrario, un lenguaje formal, por ejemplo, la matemática es un lenguaje en el cual los fenómenos de mala comunicación pueden ser casi totalmente evitados, siempre y cuando se entienda y aplique una serie de reglas fundamentales.

El primer aspecto importante consiste en comprender que el lenguaje de la matemática es universal; es decir, es uno solo y el mismo en todo el mundo. Por ello se ha creado una notación y una simbología muy propias de la matemática, cuyo significado hay que entender y estudiar con mucho cuidado, más que dejarse seducir por el aspecto de sus recipientes, los cuales pueden ser muy bonitos, interesantes o lo que se quiera, pero por sí solos carecen de todo significado.

En la matemática se establece una serie de convenios que son universalmente aceptados, y que en cierto sentido desempeñan el papel que en cualquier juego tienen sus reglas: si se aceptan éstas se puede jugar el juego. *Las reglas de juego de la matemática se llaman axiomas*. Una vez aceptada la validez de estos, cuidando que no se repitan ni se contradigan entre sí, es posible construir, a partir de ellos, *un lenguaje formal*. De hecho se actúa como en un juego en el que, una vez establecidas y aceptadas las reglas, procedemos a encontrar cuales son todas las jugadas válidas (desde luego, a partir de las citadas reglas y no por otra razón).

♦ **En el juego de la matemática las jugadas que resultan de los axiomas se llaman lemas, teoremas y corolarios.**

♦ **Axioma:** es frecuente que en la literatura matemática se defina axioma como una verdad evidente por sí misma, que no necesita demostración. Esta definición claramente no es adecuada y crea serios inconvenientes puesto que toda verdad ha de ser demostrada para que adquiera tal categoría, y no sólo por esto, sino porque lo evidente para unos, no lo es tanto para los demás, o puede serlo en un tiempo y lugar determinados pero no en otros. Por ello, desde un punto de vista operativo esta definición no es útil, puesto que no permite distinguir con absoluta nitidez un axioma de algo que no lo es.

El caso más preciso que ilustra lo que estamos señalando es el llamado axioma euclidiano de las paralelas, según el cual, a través de un punto exterior a una recta dada, siempre es posible trazar una y sólo una paralela a

la recta. A Euclides (330-275 a. C.) le pareció que ésta era una verdad evidente por sí misma, pero a B. Riemann (1826 – 1866) y a N. I. Lobachevsky (1793 – 1856), más de dos mil años después, no les pareció que lo fuera tanto; por el contrario, les pareció que lo evidente era la negación de éste axioma. El resultado de éste conflicto fue el nacimiento de lo que hoy se conoce con el nombre de *geometrías no euclidianas*, que a final de cuentas son tan buenas geometrías, o mejor dicho, geometrías tan válidas como la llamada geometría euclidiana; de esta podríamos decir que es la geometría que describe los procesos geométricos que acontecen en el plano limitado, mientras que, por ejemplo, la geometría de Riemann – que niega la existencia de líneas paralelas – describe los procesos geométricos que tiene lugar en la esfera, la cual, en muchos casos, como en la física, la geodesia, la astronomía y la navegación, es una mejor aproximación al mundo que llamamos **real**.

Un axioma, entonces, es una proposición cuyo significado, a través de un convenio o acuerdo explícito, hemos aceptado que es verdadero.

Aceptamos pues, que la validez o veracidad de los axiomas es algo que nosotros hemos decidido y convenido con nuestros semejantes. En ocasiones esta decisión es totalmente arbitraria, como sucede en el caso de los juegos por ejemplo, donde todas sus reglas son ejemplos de axiomas.

No son verdades que no necesitan demostración, o verdades evidentes por sí mismas, las siguientes afirmaciones:

- a. Con excepción de los porteros y del árbitro, los jugadores no pueden tocar con las manos el balón de fútbol.
- b. El rey le gana a la reina en el póker.
- c. Los peones del ajedrez caminan de frente y comen de lado, mientras que los alfiles caminan y comen en diagonal solamente.

Las reglas anteriores son válidas sólo porque arbitrariamente así las hemos aceptado; no hay otra razón para afirmar su validez.

En otras ocasiones nuestra decisión se ha guiado por el conocimiento que la humanidad ha adquirido a través de milenios; así surgieron las **leyes** de todas las sociedades, los **dogmas** de las religiones, los valores humanos, etc. Sólo aceptando las reglas de un juego, las leyes de una sociedad o los dogmas de una religión, podremos jugar ese juego, pertenecer a dicha sociedad como ciudadanos de ella o ser miembros de tal religión

respectivamente, en caso contrario, no podremos jugar ni ser ciudadanos o feligreses.

Vale la pena enfatizar de nuevo: los axiomas, al menos en la matemática, son obra del hombre; se construyen con proposiciones que el hombre conviene en aceptar como verdaderas, y no aparecen por arte de magia ni se encontraban ya en el universo inexplicablemente antes de que apareciera el hombre, en espera de ser descubierto por éste; por el contrario, surgen con el hombre, responden a sus necesidades y desaparecerán cuando el hombre desaparezca o cuando ya no los necesite.

◆ **Teorema:** es una proposición cuya veracidad o falsedad se puede demostrar mediante un proceso lógico, apoyándose para ello en un conjunto de axiomas aceptados previamente.

En otras palabras, podemos considerar que un conjunto de axiomas que no se contradicen entre sí constituye una especie de marco de referencia, dentro del cual un conjunto de proposiciones – los teoremas – adquieren carácter de verdaderas, siendo éste un hecho que puede ser exhibido a través de un proceso que se llama demostración del teorema.

De éste modo, contrariamente a lo que con frecuencia se supone, los teoremas no son verdades eternas e inminentes; por el contrario su veracidad depende en todo momento del sistema de axiomas que los sustenta. Por ejemplo, las proposiciones:

“Una terna de ases le gana a cualquier otra terna”

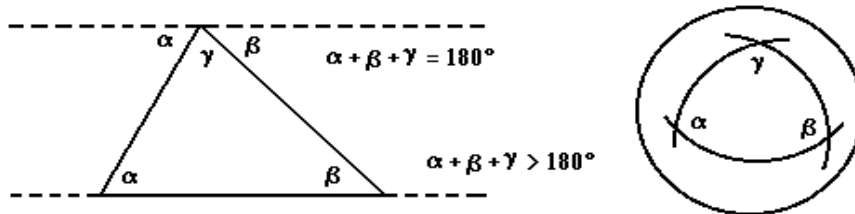
“Un full le gana a dos pares”

no tienen por qué ser necesariamente verdaderas. Lo son si las reglas o axiomas en que estamos pensando son los del poker, pero no lo son si estas reglas son, por ejemplo, las del siete y medio, las del bacará, las de la canasta uruguaya o las de los albuques. Asimismo, la proposición :

“La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo son 180 grados”,

es verdadera si el triángulo en cuestión es plano, es decir, si el sistema de axiomas que define nuestra geometría es el euclidiano. Sin embargo, esta misma proposición será falsa si empleamos la geometría que se puede

construir con los axiomas de Riemann; en ella el espacio en el que tiene lugar los fenómenos geométricos es la superficie de una esfera. En tal caso, los triángulos – trazados sobre una esfera – tiene la propiedad de que sus ángulos internos suman un ángulo cuya medida excede los 180 grados.



♦ **Lema:** en la matemática se suele llamar lema a un teorema que se usa muy frecuente para demostrar la validez de otros teoremas; y también se le llama así (válganos la expresión) a un pequeño teorema, a partir del cual se facilita la demostración de otros. Por ejemplo, supóngase que hemos demostrado que la proposición:

$$p = \text{"8 es un número par"}$$

es verdadera, entonces nos puede servir como lema para demostrar la validez de la proposición:

$$q = \text{"8 es un número par mayor que 5"}$$

♦ **Corolario:** recíprocamente, un corolario es un teorema cuya validez ya no es necesario demostrar porque es resultado de la validez de otro teorema; por ejemplo, si ya hemos demostrado que es verdadera la proposición anterior, evidentemente ya no será necesario demostrar que p es verdadera; en este caso diremos que p es un corolario de q .

► El problema de la paradoja, las contradicciones y falacias

♦ **Paradojas:** Uno de los peligros que se pueden presentar cuando aceptamos una serie de axiomas como verdaderos, radica en que pueden ser contradictorios entre sí, pudiéndose dar el caso de que ello no sea aparente a simple vista. Podemos encontrar, bellamente descrita por Cervantes en el Quijote, una situación de tal naturaleza:

Cuenta Cervantes que cuando Sancho Panza quedó como gobernador de la Insula Barataria, decidió seleccionar a los futuros habitantes y para ello empleó el siguiente método:

A la entrada de la ínsula fue instalada una horca y un juez debía interrogar a cada aspirante respecto de lo que haría si fuera admitido como habitante. Si el interrogado decía la verdad, se le dejaba pasar para que realizara lo que se proponía hacer. Si se le descubría mintiendo, entonces, y sólo entonces, se le ahorcaría.

Todo lo anterior puede ser considerado como el conjunto de axiomas que rigen lo que podríamos llamar el juego de Sancho.

Este planteamiento es característico de la ingenuidad que Cervantes atribuyó a Sancho Panza, ya que si un ladrón llegaba al juez y le decía: “vengo a robar”, tendría que ser admitido y dedicarse a robar, puesto que decía la verdad. Después de admitir a ciertos aspirantes y ahorcar a otros, se presentó por fin un hombre que al ser interrogado acerca de sus propósitos contestó: “He venido aquí para ser ahorcado”

Es claro que esta es una oración gramatical; analicemos su significado de acuerdo con el contexto anterior: Si el hombre decía la verdad, debía ser ahorcado según las reglas, ya que eso deseaba hacer en la ínsula; pero en caso de que lo ahorcaran, resultaría un mentiroso puesto que sólo a los mentirosos se les ahorcaba. Si el hombre había mentido, tenía que ser ahorcado por mentiroso; pero si se le ahorcaba por ello, entonces había dicho la verdad: había ido para ser ahorcado. Así pues, no mentía ni decía verdad. O sea, según las reglas de juego de Sancho no se puede afirmar que el significado de la oración que analizamos sea verdadero o falso, ya que en un caso por ser falso resulta verdadero; y en el otro, por ser verdadero resulta falso.

De lo anterior resulta claro que esta situación contradictoria o paradójica se origina en los axiomas, en extremo simplistas, adoptados por Sancho Panza, a pesar que a simple vista sus reglas parecen muy razonables.

Esto nos lleva al concepto de paradoja. Las paradojas son una especie de “bicho raro” con el que hay que tener mucho cuidado, ya que aparentan ser proposiciones (sus recipientes también son oraciones gramaticales) y tener un significado claro y preciso; pero si se les analiza con más cuidado nos percatamos que su significado puede ser ¡simultáneamente verdadero y falso!

La paradoja es a menudo una útil señal de alarma que nos indica, en ciertos casos, que estamos empleando equivocadamente un sistema de razonamiento bien construido; en otros, nos permite percatarnos que nuestro sistema de razonamiento en sí, acarrea un error interno de construcción: sin importar qué tanto depuremos nuestros métodos de razonamiento, siempre caeremos en un razonamiento equívoco. En este sentido sugerimos interpretar la paradoja como indicio de que el sistema en el cual se origina nuestro razonamiento es defectuoso o bien son indicios de que estamos razonando equivocadamente.

Tenemos pues que, algunas paradojas resultan de la disposición de las situaciones en que se originan, esto es, son paradojas solamente en virtud del marco de axiomas del que forman parte. Pero si se cambia tal disposición, o sea, los axiomas, entonces dejan de ser paradojas. Por ejemplo, la oración “He venido aquí para ser ahorcado” nada tiene de paradójica bajo las reglas normales de nuestra sociedad; pero sí bajo las reglas de Sancho Panza.

Se dice que en cierta ocasión Sócrates expresó lo siguiente: *Sólo sé que nada sé*. Es claro que esta afirmación es una paradoja, dado que si Sócrates decía la verdad, entonces estaba mintiendo por ese solo hecho, puesto que al saber que nada sabía, ya sabía algo: que nada sabía. Si analizamos con mayor detenimiento tal situación encontramos que el origen de la paradoja radica en la palabra *nada*. Si esta palabra es la negación de la palabra *todo* y, a su vez, la palabra *todo* se refiere a lo universal, en el sentido más amplio posible, entonces lo dicho por Sócrates es una paradoja cuyo significado difícilmente podremos precisar. Por el contrario, si la palabra *todo* se refiere al conjunto, mucho más limitado, de aquellos conocimientos que proporcionan al hombre la posibilidad de trascender su ignorancia, uno de los cuales consiste, precisamente, en saber cuáles son esos conocimientos, entonces lo dicho por Sócrates es una proposición con profundo contenido filosófico.

“Siempre que hablo, miento”, es otra paradoja, ya que si lo que digo es cierto, entonces simultáneamente es falso, puesto que ya dije una verdad. Notemos que en este caso podemos ubicar el origen de la paradoja en la palabra *siempre*, cuyo significado tiene la misma amplitud e imprecisión que la palabra *todo* (siempre: todos los tiempos posibles); de ahí que también la palabra *siempre* nos provoque dificultades.

Otro ejemplo que nos permite analizar situaciones paradójicas que surgen por el abuso de nuestro lenguaje y no porque razonemos equivocadamente,

está directamente relacionado con la palabra “Dios”, la cual pronunciamos varias veces al día; aun los que no creen en la existencia de Aquél. Para culminar nuestra descripción de este primer tipo de paradojas, cuya aparición nos conduce a concluir que el sistema de referencia en el cual se originan está mal construido, resulta conveniente preguntarnos qué significado tiene la palabra “Dios”. Ocurre que una manera de responder a esta pregunta consiste en enumerar todas aquellas características que supuestamente definen el concepto que estamos analizando. Esto significa que debemos determinar las características de Dios, de las cuales no podría prescindir sin perder su naturaleza.

Nos encontramos entonces ante la situación que las características atribuidas a Dios por el hombre, desde tiempos inmemoriales, pueden ser catalogadas en dos grupos. El primero de ellos comprende todas aquellas que tienen un carácter sumamente trivial y en extremo primitivo; por ejemplo, que Dios tiene barba blanca o que está sentado en un gran trono. Resulta evidente que estas características para nada sirven a nuestro propósito de aclarar lo que entendemos por la palabra Dios, en tanto muchos nombres comunes y corrientes, que obviamente no son Dios, tienen barba blanca (Santa Claus también la posee) o pueden estar sentados en tronos esplendorosos; así pues, cualquier característica de esta índole, es totalmente inútil y carece de trascendencia para nuestro propósito; por ello las deseamos.

El segundo grupo de características está constituido por aquellas de naturaleza realmente relevante y trascendental, características que tiene Dios y sólo Él. Por ejemplo: omnipotencia, omnisapientia, omnipresencia, absoluto, totalmente justo, perfecto, infalible, omnisciente, eterno, omnirradiante, etc. Éstas parecen ser las características de Dios y son, por lo general, los axiomas o dogmas de toda teología mediante los cuales se caracteriza tal concepto.

Supongamos entonces que, siguiendo esa antiquísima tradición, aceptamos también esas características como axiomas. Por ejemplo, comencemos por aceptar como verdadero el siguiente axioma:

“Dios es omnipotente”

Veamos ahora qué tipo de teoremas (en este caso, propiedades que resultan de la omnipotencia de Dios) podemos deducir.

Lamentablemente, la veracidad (explícitamente aceptada o revelada) de este enunciado, nos es totalmente inútil para razonar lógicamente acerca de Dios. Un ejemplo que permite confirmar esta afirmación es el conocido caso del niño que le preguntó a su madre: “¿Qué quiere decir que Dios es omnipotente?” Ella respondió: “Quiere decir que Dios puede hacer todo, absolutamente todo, sin excepción”. El niño reflexionó un momento y volvió a preguntar: “Mamá, ¿entonces Dios puede hacer una piedra tan grande, pero tan grande, que ni Él mismo, aunque quiera, puede mover?” La madre, perpleja, le recordó al niño que debía lavarse los dientes y terminar su tarea.

Esta situación nos obliga a resignarnos ante el siguiente hecho: es imposible atribuirle características a Dios, porque, de un lado, resultan ser irreverencias, blasfemias o simplemente consideraciones comunes que nada nos dicen acerca de Él. Y, por otro lado, cuando en apariencia son significativas, inevitablemente conducen a una paradoja.

El hecho que no podamos atribuirle propiedad alguna a Dios nos obliga a concluir que “Dios” es un concepto que, desde el punto de vista de la lógica, no tiene significado alguno, porque nada se puede predicar acerca de Él; y, desde tal punto de vista, un concepto del cual nada puede afirmarse, es inexistente. Podríamos tratar de evadir esta situación e intentar otra alternativa a la luz de las conclusiones anteriores, que podría consistir en iniciar nuestra teoría respecto de Dios con un axioma que dijera:

“Toda proposición que incluya la palabra Dios, es falsa”

De esta manera evitamos caer en la tentación de intentar precisar el concepto “Dios” atribuyéndole características; no importa que éstas se refieran al color de su barba o a su calidad de omnipotente. Desgraciadamente, este recurso tampoco nos saca del atolladero, dado que basta un análisis superficial para percatarnos de que dicho “axioma” no es tal, sino una paradoja.

Esta pertinaz incidencia de las paradojas en nuestra teoría parecería indicar que nos encontramos ante un problema crítico respecto del concepto que nos preocupa desde el punto de vista lógico; y efectivamente así es, sólo que hemos de medir cuidadosamente nuestras conclusiones, puesto que (a pesar de que parezca válido hacerlo) de ninguna manera nos es lícito concluir (para regocijo y solaz de los ateos) que Dios no existe.

Hemos probado (si es que algo hemos probado) que lo que no existe es una demostración *lógica* de la existencia de Dios, dado que, para comenzar, somos incapaces de precisar lógicamente el concepto cuya existencia queremos demostrar. De aquí se sigue el absurdo lógico de todos los intentos escolásticos, desde Tomás de Aquino o antes hasta la fecha, de *demostrar con la razón la existencia de Dios*. Ninguna de tales demostraciones ha resistido la crítica provista de un mínimo de rigor respecto de su estructura lógica y esperamos haber puesto de manifiesto la razón de ello; “Dios” no es un concepto que pueda ser tratado con la estructura lógica de nuestro lenguaje. El concepto que de Él se tenga es algo íntimo, inefable, totalmente personal e imposible de comunicar con las palabras únicamente. Para percibirlo o comunicarlo, la lógica nos ayuda pero no es suficiente, hace falta una categoría humana más compleja para tal propósito.

Ahora bien, ofrecemos una disculpa por esta incursión, quizá poco afortunada, en los terrenos de la teología; nos llevó a plantearla la notable abundancia de paradojas que en ella se pueden encontrar.

La situación anterior puede parecer un tanto insólita y desconcertante, pero bastará que prestemos un poco de atención para darnos cuenta que cada vez que usamos la palabra “*todo*”, o cualquiera de sus sinónimos, empieza a hacer su aparición el fantasma de las paradojas.

Esta situación se hizo patente en la paradoja *Sólo sé que nada sé*, como lo hicimos notar en páginas anteriores; lo está siendo en el presente contexto y, en el caso del niño, su paradoja ocurre porque Dios puede hacer todo lo que quiera. Análogamente, surgirán estas paradojas si le atribuimos a Dios las cualidades que mencionamos y que explícitamente incluyen la palabra *todo*. Igualmente surgió en el último enunciando: *Toda proposición que incluya la palabra Dios, es falsa*, en tanto si es verdadero, entonces, precisamente por ello, es falso, puesto que incluye la palabra Dios.

Vemos, pues, que el concepto *todo* requiere de un manejo sumamente cuidadoso, preciso y sutil; de otra forma estamos pisando continuamente el terreno de lo absurdo.

No hemos traído a colación estas ideas con el deliberado propósito de llamar la atención de nuestro lector en los problemas teológicos, que, como

ya dijimos, consideramos totalmente personales y fuera de nuestra incumbencia, sino por lo contrario, para que permanezca alerta ante los problemas lógicos a que nos puede conducir el uso inmoderado e irreflexivo de nuestro lenguaje. Como afirmamos anteriormente, no ha de sorprendernos el que cada vez que hablemos del *todo* ----como si efectivamente fuéramos dioses capaces de comprender con un solo acto de nuestros pensamientos la totalidad del universo---- caigamos, junto con todos nuestros razonamientos, en el absurdo.

◆ Contradicciones

Finalmente, efectuemos algunas observaciones un tanto superficiales sobre aquellas paradojas que nos indican defectos de nuestros razonamientos y no del sistema dentro del cual estamos razonando. Nos referimos a un concepto con el cual estamos familiarizados: la contradicción.

Las contradicciones son paradojas que resultan de nuestro razonamiento cuando es defectuoso y se resuelven sólo cuando suprimimos tal anomalía. Por ejemplo, “es paradójico que el congreso de Colombia en ejercicio de la facultad de hacer las leyes consagrada en el Artículo 150 de la carta política, expida normas sobre la actuación ética que de manera inquebrantable deben observar los servidores públicos y los particulares en desarrollo de sus competencias y, sean los mismos congresistas (senadores y representantes), los servidores del aparato estatal, los más comprometidos con la comisión de conductas inescrupulosas e incluso ilícitas que generan un notorio reproche social y comprometen de manera sensible la confianza de los ciudadanos a los entes públicos.

Así mismo es contradictorio que Colombia, donde el derecho a la vida es inviolable y la pena de muerte está proscrita, según las voces del Artículo Constitucional número 11, esté posicionada como el tercer país del mundo con mayor número de muertes violentas.

Un ejemplo de flagrante contradicción, cuyas consecuencias devastadoras y trágicas –más de 20 mil muertos- ha tenido que padecer Colombia, lo constituye el manejo que el gobierno de Pastrana le dio al conflicto armado en el país: apoyar el Plan Colombia que es fundamentalmente respaldar un programa de erradicación masiva de coca y amapola en el sur del país, a sangre y fuego si fuere necesario, pero a la vez mantener una zona de

despeje de 42 mil kilómetros también en el sur del país, para tolerar una guerrilla que se abastecía fundamentalmente de la coca.

Estas paradojas no son producto de nuestra Constitución que, repetimos, puede contener o no paradojas; son producto de un defecto nuestro: aceptamos que la Constitución sancione cierto tipo de conductas y, a la vez, las fomentamos. Esto se llama contradicción, y en lo sucesivo lo designaremos de tal manera, reservando el término paradoja para aquello que surge de la estructura misma del sistema dentro del cual estamos razonando.

◆ Las falacias

Ahora bien, es importante no confundir las paradojas con las falacias; éstas son proposiciones que aparentan ser verdaderas, o bien falsas, pero analizándolas con cuidado son lo contrario a lo que aparentan.

El siguiente acertijo, conocido por mucha gente, con frecuencia es presentado como una paradoja y en realidad no es más que una falacia, esto es, una *proposición presentada en tal forma que nos desconcierta por parecer simultáneamente verdadera y falsa*.

Tres sujetos alquilan un cuarto en un hotel y pagan, cada uno de ellos, 10 mil pesos. Posteriormente, el dueño decide hacerles un descuento de 5 mil pesos y les manda esa cantidad con el empleado. Éste al no encontrar la forma de dividir 5 mil pesos en tres partes iguales, decide regresarles mil pesos a cada huésped y quedarse él con los 2 mil pesos restantes.

De acuerdo con lo anterior, cada huésped pagó 9 mil pesos, que multiplicados por tres son 27 mil pesos; más 2 mil que se robó el empleado son 29. ¿Qué pasó con los mil que faltan para completar los 30 mil pesos pagados originalmente?

Como decíamos antes, la duda entre la veracidad o la falsedad de la proposición anterior obedece a que mañosamente (en este caso; en otros sucede involuntariamente), se le ha dado esa forma.

La proposición es evidentemente falsa, ya que no es cierto que hayan pagado 9 mil pesos cada uno de los huéspedes y que además el empleado se haya quedado con 2 mil. Lo que sí es cierto es que pagaron 9 mil pesos cada uno de ellos – entre los cuales quedan ya incluidos los 2 mil pesos que

se robó el empleado - y que además les regresaron tres mil pesos, todo lo cual arroja completos los 30 mil pesos que originalmente pagaron.

A modo de conclusión.

En términos generales podemos concluir que el lenguaje formal está compuesto de axiomas, teoremas, lemas y corolarios y que a través de él la ciencia, y en este caso las matemáticas, elaboran sus construcciones teóricas para darle solución a los problemas o fenómenos que originan el estudio de la realidad objetiva. Sin embargo, también dentro de este mismo lenguaje, encontramos las paradojas, las contradicciones y falacias que, aunque parecen constituirse en problemas para un determinado campo de estudio, a la vez, pueden ser un valioso apoyo para descubrir y explicar con mayor rigor los conocimientos y nuestras propias construcciones teóricas.

Tener un conocimiento teórico y práctico de lo que es un lenguaje formal o teoría es muy importante para nuestros procesos de estudio porque nos permite comprender con claridad uno de los fenómenos más complejos que se producen o están directamente relacionados con nuestro lenguaje: *la veracidad o la falsedad* de lo que decimos. De la claridad con que manejemos estos conceptos dependerá directamente nuestra comprensión de lo que es una teoría y nuestra posibilidad de usarla adecuadamente como lenguaje para expresar los conceptos de la ciencia que estudiamos.

Por esta razón, es de gran importancia práctica que dediquemos especial atención al estudio de este instrumento hasta que sepamos usarlo adecuadamente y manejarlo con propiedad y disciplina, porque será el aparato que emplearemos para manejar nuestros objetos de conocimiento y con el que podremos comunicarnos rigurosa y objetivamente en el aula de clase durante nuestros estudios universitarios.

Es importante tener en cuenta que las llamadas *verdades absolutas no existen* y que los conceptos que consideramos verdaderos lo son con respecto a un determinado contexto o marco de referencia. También es importante tener presente que un contexto o marco de referencia dado no es natural sino artificial, el cual se ha construido para que de dentro de él puedan surgir conceptos de los cuales sea posible decir que son verdaderos.

Otro asunto, igualmente importante, se relaciona con el estudio de las leyes internas de un sistema básico de razonamiento, que dispone de una serie de elementos primitivos –las proposiciones– que no tienen más propiedad que la de ser verdaderas o ser falsas, una y sólo una de las dos propiedades.

Estas proposiciones funcionan como una especie de unidades fundamentales o de ladrillos con los cuales llevaremos a cabo nuestras construcciones lógicas.

Con respecto a las verdades, es importante comprender que estas no se producen por sí mismas, y que es preciso ubicarlas en un contexto del cual se pueda desprender la razón o las razones por las que una proposición es o no verdadera; además, que dicho contexto está formado también por proposiciones, como sucede con las reglas de un juego, de tal manera que se vuelve imperioso tomar en cierto momento una actitud arbitraria y decidir que ciertas proposiciones –las reglas– son verdaderas, ya que de otra manera caeríamos en el cuento aquel de nunca acabar. Así, a partir del momento en que decidimos aceptar como verdaderas tales proposiciones, surge entonces un conjunto de otras que *resultan verdaderas como consecuencia de que sean verdaderas la proposiciones primitivas que originalmente escogimos*.

A las proposiciones que decidimos considerar como verdaderas las llamamos *axiomas y reglas de inferencia*; a las demás proposiciones, que resultan verdaderas como consecuencia necesaria de la veracidad de los axiomas y las reglas de inferencia, las llamamos *teoremas*. Finalmente, al conjunto de axiomas y teoremas que determinan los primeros le llamamos *teoría*. Así pues, todos los teoremas de una teoría son corolarios de los axiomas de ésta; es decir, están implícitos en dichos axiomas o, lo que es lo mismo, los axiomas implican a los teoremas.

Es necesario destacar que los axiomas de una teoría son proposiciones y no paradojas (expresiones de nuestro lenguaje que son simultáneamente verdaderas y falsas). Esta propiedad de una teoría se conoce con el nombre de *consistencia*; esto es, una teoría es consistente cuando no incluye paradojas entre sus proposiciones. Asimismo, una teoría es completa cuando sus axiomas –permítasenos la expresión– encierran, delimitan o enmarcan efectivamente un conjunto de teoremas. Por ejemplo, en lo que llamamos el juego de sancho Panza, podemos ver que la paradoja del hombre que desea ser ahorcado surge no porque los axiomas de la teoría de Sancho Panza sean paradójicos, sino en virtud de que su teoría no es completa: sus axiomas no bastan para delimitar un conjunto de teoremas. Sancho supone que la conducta humana puede ser delimitada y caracterizada por el solo hecho de decir la verdad, y la paradoja surge de inmediato señalando la insuficiencia de este criterio. A la fecha podemos observar que nuestros ordenamientos legales, la Constitución colombiana, por ejemplo, a pesar de contener un gran número de axiomas, aún no

alcanza a incluir –afortunadamente- todos los aspectos de la conducta humana.

Esto es importante de considerar de manera cuidadosa porque nos guarda de llegar a conclusiones precipitadas, como la de suponer que resulta sencillo construir una teoría, ya que basta con decidir que tales o cuales axiomas son verdaderos, para disponer de ella. Casi con entera certeza podemos afirmar que una teoría construida de tal manera resulta hueca o contradictoria. Llegar a tener un dominio teórico de lo que es un lenguaje formal, resulta de gran importancia práctica para nuestra profesión de estudiantes porque nos proporciona la información mínima necesaria para manejar una teoría y aprender a obtener de ella conclusiones lógicamente válidas.

Síntesis

Un lenguaje formal o teoría está constituido por: una colección de elementos primitivos, una colección de criterios sintácticos o reglas de recurrencia, una colección de axiomas del lenguaje, una colección de reglas de inferencia o de deducción, una colección de definiciones y los teoremas. Los teoremas constituyen, el cuerpo, el contenido propiamente dicho de una teoría. Las proposiciones de una teoría se clasifican en términos generales en : axiomas, teoremas, lemas y corolarios.

Un axioma es, pues, una proposición cuyo significado, a través de un convenio o acuerdo explícito, hemos aceptado que es verdadero. Una vez aceptada la validez de estos, cuidando que no se repitan ni se contradigan entre sí, es posible construir, a partir de ellos, un lenguaje formal. Un teorema es una proposición cuya veracidad o falsedad se puede demostrar mediante un proceso lógico, apoyándose para ello en un conjunto de axiomas aceptados previamente. En una teoría se suele llamar lema a un teorema que se usa muy frecuente para demostrar la validez de otros teoremas. Un corolario es un teorema cuya validez ya no es necesario demostrar porque es resultado de la validez de otro teorema.

Las paradojas son oraciones gramaticales que aparentan ser proposiciones y tener un significado claro y preciso; pero si se les analiza con más cuidado nos percatamos de que su significado puede ser simultáneamente verdadero y falso. Aquellas paradojas que nos indican defectos de nuestros razonamientos y no del sistema dentro del cual estamos razonando, se llaman contradicciones. Por último, tenemos las falacias. Estas son

proposiciones que aparentan ser verdaderas, o bien falsas, pero analizándolas con cuidado son lo contrario de lo que aparentan.

BIBLIOGRAFÍA

- FREGOSO, Arturo. Lógica y teoría de conjuntos. México. Ed. Trillas, 1989. –

Carácter de la lógica.

A través de un examen riguroso de la actividad científica, la lógica descubre el modo como se efectúa el proceso de elaboración de la ciencia y las leyes que lo gobiernan. Para lograr esto, ha sido indispensable un penoso trabajo de investigación, siguiendo el desenvolvimiento histórico de la ciencia. Dicho trabajo se prosigue en nuestros días y tendrá que ser continuado paralelamente al avance científico. Como resultado de la investigación lógica, se han podido formular las leyes del conocimiento científico, las cuales corresponden a la existencia objetiva de los procesos, reflejan su desarrollo, explican su comportamiento y esclarecen sus vínculos internos y sus relaciones activas con otros procesos. Es indudable que cada hombre de ciencia procura cumplir estrictamente en su trabajo con las leyes de la investigación científica. Pero también es cierto que no se preocupa mucho por expresar con claridad esas leyes, ya que su interés principal consiste en resolver sus problemas concretos y no en fundamentar o explicar los procedimientos que utiliza. En todo caso, la atención del investigador se concentra en el proceso particular que trata de determinar sin ocuparse de analizar en detalle las condiciones en la cuales se desenvuelve la investigación. En cambio, la lógica es la disciplina que satisface la necesidad de indagar cuáles son las leyes que rigen el proceso de adquisición del conocimiento y de formularlas explícitamente. Y, como consecuencia de la investigación que le permite poner al descubierto los fundamentos y la estructura del conocimiento científico, la lógica se apropia de esos fundamentos y de tal estructura, para conformarse ella misma como una disciplina estrictamente científica.

En las leyes lógicas se cumple la condición inherente a todo conocimiento científico: ser susceptibles de comprobarse, modificarse o refutarse en un experimento posible. En el caso de la lógica, la experimentación se practica mediante su aplicación a los procesos del conocimiento en las diversas ciencias naturales y sociales. Esta necesidad de recurrir constantemente a las otras disciplinas científicas, a la vez que le permite comprobar sus

resultados, mantiene a la lógica en contacto directo con el material que le sirve de base para su estudio.

Precisamente por esa característica es que las leyes lógicas sirven para consolidar los resultados logrados por las otras ciencias, destacando sus múltiples interrelaciones y mostrando su dependencia reciproca. A su vez, el conjunto de conocimientos adquiridos y sistematizados mediante sus relaciones lógicas, es la base en que se apoya el avance ulterior de la investigación científica. De tal manera que las leyes lógicas son utilizadas para ordenar y articular los resultados obtenidos por las disciplinas científicas, constituyéndose así en un punto de partida para los pasos siguientes. Al propio tiempo, la estructura lógica de los conocimientos sirve también como criterio certero para interpretar las aportaciones nuevas. Por eso es que las leyes lógicas son el fundamento en el cual se apoya teóricamente la investigación científica.

Así, la lógica es el instrumento que emplea el hombre de ciencia para criticar y formular racionalmente los resultados obtenidos experimentalmente y, a la vez, para planear los experimentos subsecuentes. En este sentido, al efectuar la empresa colectiva de descubrir y explicar el comportamiento de los procesos del universo, todas las ciencias aplican constantemente la lógica y, en cierta manera, no son otra cosa que lógica aplicada.

► Investigación y aprendizaje.

La lógica desempeña también una función muy importante en la reconstrucción de los procesos seguidos para la apropiación del conocimiento. Por medio de la lógica es como se pueden repetir con firmeza todos los pasos que conducen a una conclusión ya obtenida anteriormente. En consecuencia, la técnica de la comunicación y la verificación del conocimiento científico se basa enteramente en las leyes y los métodos desarrollados por la lógica. También el aprendizaje de una disciplina se efectúa mediante un procedimiento lógico que permite al estudiante seguir la trama de los conocimientos elaborados y conectados sistemáticamente. Por lo tanto, en la enseñanza se reproducen los pasos seguidos en la investigación, pero con la ventaja de que entonces se camina sobre seguro y de que todas las conexiones se encuentran comprobadas y se han simplificado lo más posible. Además, en enseñar o aprender lo que

se conoce, ya no es necesario hacer los tanteos y exploraciones que son indispensables en la investigación. Por otro lado, el estudio riguroso de las ciencias es el mejor antecedente para el aprendizaje de la lógica misma.

Sin embargo, la lógica no es simplemente una didáctica del conocimiento, porque su dominio de estudio es bien diferente. La lógica, además de sus tareas señaladas en los capítulos anteriores, se ocupa de encontrar en el proceso mismo de la actividad sistemáticamente y convertirlas así en instrumentos más eficaces para la propia investigación científica. En cambio, la técnica de la enseñanza se ocupa únicamente de reconstruir el curso de la investigación, para mostrarlo en su forma más simple y accesible y, de esa manera, hacer posible que lo ya conocido sea aprendido y comprendido de modo adecuado. En todo caso, la manera más eficaz de aprender es haciendo uno mismo o, mejor dicho, rehaciendo lo que otros hicieron antes, hasta entenderlo bien y poderlo manejar con habilidad. Por consiguiente, la lógica se interesa en la producción del conocimiento científico, en tanto que la didáctica se encarga de hacer asequible el aprendizaje de los resultados obtenidos por la ciencia, después de que éstos han sido elaborados. Por lo demás, en cuanto a las conexiones recíprocas que existen entre las ciencias y las técnicas, en el caso específico de la lógica y la didáctica, su enlace se muestra conspicuamente en los métodos de exposición y construcción del conocimiento.

BIBLIOGRAFÍA – libro: *Introducción al pensamiento lógico práctico*

BUNCH, Bryan H. Mathematical Fallacies and Paradoxes. New York: VAN NOSTRAND REINHOLD COMPANY, 1982

COPY, Irving M. Introducción a la Lógica. EUDEBA. Editorial Universitaria de Buenos Aires, Rivadavia, 1968.

COPY, Irving M & COHEN, Carl. Introduction to Logic. New Jersey: Tenth Edition Prentice- Hall, Inc, 1998.

COHEN, Morris R. Introducción a la Lógica. México: Fondo de Cultura Económica, S.A. 1992.

DE GORTARI, Eli. Lógica General, tratados y manuales. México: Grijalbo, 1965.

FREGOSO, Arturo. Lógica y teoría de conjuntos. México. Ed. Trillas, 1989.

GUARIN, Vásquez Hugo. Introducción al simbolismo Lógico: ISBN, 958-604-2278

LÓPEZ O, León; GOMEZ m, Raúl. Matemáticas Básicas para la informática vol. II. Medellín: Universidad EAFIT, 1994.

MIRO QUESADA, Francisco. Lógica. Lima: Editorial Universo S.A.,

MORIN Edgar. EL METODO III. El conocimiento del conocimiento. Ediciones Cátedra S.A. 1994

NEWMAN, James R. SIGMA El mundo de las matemáticas 1, Ediciones Grijalbo S.A. Barcelona, 1994.

PINILLA J.J EL TIEMPO, DOMINGO 27 DEMAYO DE 2001

SALMON, Wesley C. Logic. Elizabeth and Monroe Beardsley, editors. . London, Prentice – Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J. 1963

SILVESTRE, Oramas Margarita. Aprendizaje, educación y desarrollo: Editorial pueblo y Educación, 1999.

SUPPES, P. HILL, S. Introducción a la Lógica matemática: Editorial Reverté,S.A, 1988.

VYGOTSKY. L.S. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Crítica. Grijalbo Mondadori. Barcelona. 1979